

www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسين عمران

ارائه كتابها و جزوات رايجان مهندسي عمران

بهترين و برترين مقالات روز عمران

انجمن هاي تفصلي مهندسي عمران

خوشگاه تفصلي مهندسي عمران

تحليل سازه‌های (۲)

- مودال از تحليل ماتريسي سازه‌ها (محي ووكا) TRUSS
- معادله‌های شیب - افت (Slope - Deflection) ← مبني روش محي
- تعادل، اصلاح معادله‌ها برای شرایط مرزي، انتشار حرارتی، تغییر بزرگای محي
- Frame / Euler - Bernoulli B.T. / Timoshenko - B.T.

- تحليل تباري مسائل نامعين
- روش توزيع لنگر Cross
- روش گانج Kany

- روش‌های تباري تحليل سازه‌های نامعين
- مودال بر تحليل ديناميكي
- مودال بر تحليل غير خطي

www.ttnar.ir

◀ مسائل از کلیل و تاریخی سازه‌ها

مشاهده (پدیده طبیعی)

↓
پدیده غیر طبیعی ← دینامیک غیر خطی ← دینامیک ریاضی ← معادلات ریاضی
رنگه معادله همزمان
* معادلات ریاضی - ابزار ریاضی ما هستند برای حل مسائل غیر خطی

* در کلیل سازه‌ها با نیرو (Force) و تغییر مکان (Displacement) سروکار داریم

- تغییر مکان‌ها به ما کمک می‌کنند تا برادری (تولارنس) لازم را رعایت کنیم
- نیروها در ارزیابی مقاومت سازه به ما کمک می‌کنند

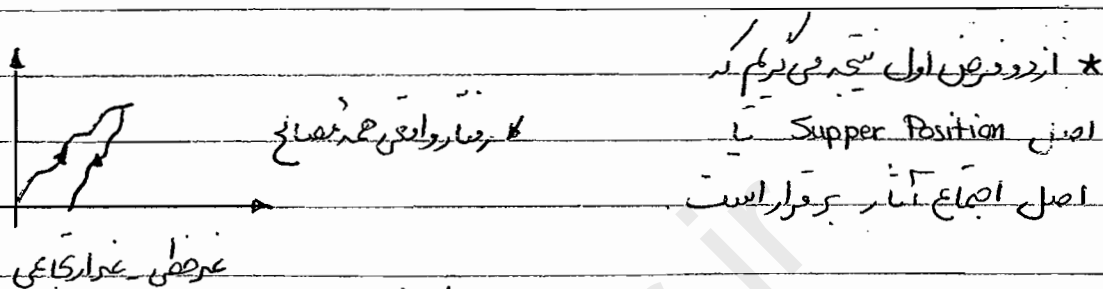
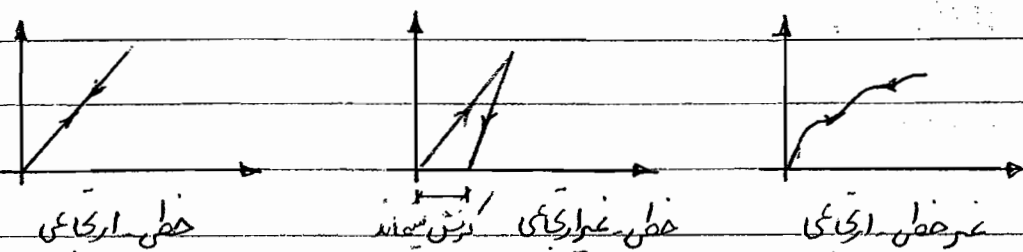
تغییر مکان ← معیار هدایت نیرو ← معیار قدرت

* در کلیل یک سازه باید معادلات زیر را بررسی کنیم:
۱. معادلات تعادل (اصل کار مجازی - سیستم بدون انرژی)
۲. معادلات سازگاری
۳. معادلات رفتاری

* اگر یکی از معادلات بالا ارضا نشود، حل ما غلط است و اگر بیش از آن ارضا نشود، حل ما تقریبی است و در صورتی جواب درست است که شرط ما به واقعیت نزدیک باشد

◀ گروه‌های اعتبار:

- ۱- تغییر مکان‌ها بسیار کوچک
- ۲- مصالح خطی و اریتمی
- ۳- تأثیر نیروی گوری ناچیز
- ۴- رده‌های سازه صلب هستند
- معنی بارگذاری و باربرداری برهم منطبقند
- به عبارت دیگر فرض امانی در سازه بانی می‌باشد

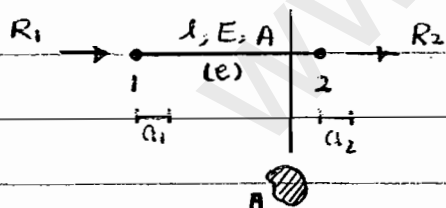


* تاثير نیروی محوری ناخواسته $\Rightarrow$ حذف ناپایداری (لاستیک)

تغییر مکان بسیار کوچک $\Rightarrow$ هندسه جسم قبل و بعد از تغییر شکل ثابت است

◀ تحلیل مقدماتی ماتریسی

• تحلیل فرمادهای صفحه ای: برای شروع، یک عضو خردی را به عنوان مثال در نظر می گیریم



$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \sigma A \\ \sigma &= E \epsilon \\ \epsilon &= \frac{a_1 - a_2}{l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_1 = \frac{EA}{l} (a_1 - a_2)$$

از تعادل $\Rightarrow R_1 + R_2 = 0 \Rightarrow R_2 = -\frac{EA}{l} (a_1 - a_2)$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

تغییر مکان $\times$ سختی = نیرو

$$\underline{R} = \underline{K} \underline{a}$$

رابطه سختی

* رابطه بین نیرو و تغییر مکان، رابطه سختی است. (رابطه سختی را در سطح یک عضو بدست آوردیم)

* ماتریس سختی در حقیقت یک تانسور است

* با استفاده از کلیل ماتریسی، معادله زیر را به دستگاه معادلات تبدیل می‌کنیم.

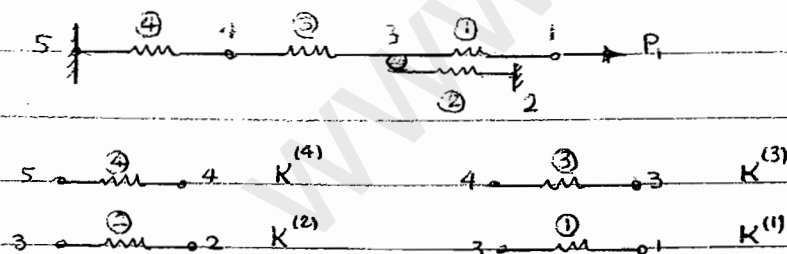
* دستگاه معادلات کلی، دستگاه است که بر روی عضو قرار می‌گیرد و جهت آن با استفاده از قانون دست راست تعیین می‌شود.

$$\frac{EA}{L} = K \Rightarrow \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \text{رابطه سختی}$$

* رابطه سختی، نیرو را به تغییر مکان مربوط می‌اند و چون در سطح عضو تعریف شده، به آن رابطه سختی عضو گفته می‌شود.

* منظور از حل یک سیستم، بدست آوردن کلیس العمل‌ها، نیروها و تغییر مکان‌هاست.

(۱) سیستم را به عضوهای کایبا تقسیم می‌کنیم.



۱) روابط مربوط به هر عضو را می‌نویسیم

$$\begin{aligned} R_1 &= K^{(1)} (a_1^{(1)} - a_2^{(1)}) \\ R_2 &= -K^{(1)} (a_1^{(1)} - a_2^{(1)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= K^{(2)} (a_1^{(2)} - a_2^{(2)}) \\ R_2 &= -K^{(2)} (a_1^{(2)} - a_2^{(2)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= K^{(3)} (a_1^{(3)} - a_2^{(3)}) \\ R_2 &= -K^{(3)} (a_1^{(3)} - a_2^{(3)}) \end{aligned}$$

$$R_1 = K^{(4)} (a_1^{(4)} - a_2^{(4)})$$

$$R_2 = -K^{(4)} (a_1^{(4)} - a_2^{(4)})$$

(۱۳) سازگاری را در سیستم اعمال می‌کنیم. در این مسئله تغییر مکان‌ها در راستای عضو است و هرگونه علت اتصال به نره‌های دیگر یک تغییر مکان دارد.

$$a_1 = 1 \text{ تغییر مکان نره } 1$$

$$a_2 = 2 \text{ تغییر مکان نره } 2$$

$$a_3 = 3 \text{ تغییر مکان نره } 3$$

$$a_4 = 4 \text{ تغییر مکان نره } 4$$

$$a_5 = 5 \text{ تغییر مکان نره } 5$$

از روی شکل سیستم، روابط سازگاری را می‌توانیم بنویسیم:

$$a_1^{(1)} = a_3$$

$$a_4^{(3)} = a_4$$

$$a_2^{(1)} = a_1$$

$$a_2^{(3)} = a_3$$

$$a_1^{(2)} = a_3$$

$$a_1^{(4)} = a_5$$

$$a_2^{(2)} = a_2$$

$$a_2^{(4)} = a_4$$

با نوشتن روابط سازگاری در صورت یک انتقال از دستگاه کلی به دستگاه عوی انجام داده ایم.

حال تغییر مکان‌های بدست آمده را در معادلات عضوها قرار می‌دهیم:

$$R_1^{(1)} = K^{(1)} (a_3 - a_1)$$

$$R_2^{(1)} = -K^{(1)} (a_3 - a_1)$$

$$R_1^{(2)} = K^{(2)} (a_3 - a_2)$$

$$R_2^{(2)} = -K^{(2)} (a_3 - a_2)$$

$$R_1^{(3)} = K^{(3)} (a_4 - a_3)$$

$$R_2^{(3)} = -K^{(3)} (a_4 - a_3)$$

$$R_1^{(4)} = K^{(4)} (a_5 - a_4)$$

$$R_2^{(4)} = -K^{(4)} (a_5 - a_4)$$

(۱۴) معادلات تعادل در نره‌ها را می‌توانیم بنویسیم:

$$R_2^{(1)} + P_1 = 0$$

$$(2) R_2^{(2)} + R_2 = 0$$

$$(3) R_2^{(3)} + R_1^{(2)} + R_1^{(1)} = 0$$

$$(4) R_1^{(3)} + R_2^{(4)} = 0$$

$$(5) R_1^{(4)} + R_5 = 0$$

از مسئله یک معادله پیدا می‌شود به تعداد نره‌ها مجهول داریم.

5:

$$-K^{(1)}(a_3 - a_1) + P_1 = 0$$

$$K^{(2)}(a_3 - a_2) + R_2 = 0$$

$$-K^{(3)}(a_4 - a_3) + K^{(2)}(a_3 - a_2) + K^{(1)}(a_3 - a_1) = 0$$

$$K^{(3)}(a_4 - a_3) - K^{(4)}(a_5 - a_4) = 0$$

$$K^{(4)}(a_5 - a_4) + R_5 = 0$$

رابطه سختی سیستم:

K^1	0	$-K^1$	0	0	a_1	P_1
0	K^2	$-K^2$	0	0	a_2	R_2
$-K^1$	$-K^2$	$K^1 + K^2 + K^3$	$-K^3$	0	a_3	= 0
0	0	$-K^3$	$K^3 + K^4$	$-K^4$	a_4	0
0	0	0	$-K^4$	K^4	a_5	R_5

برابری کل

قارص سختی کل

بردار تغییر مکان کل

* از اعمال تعادل در اعضای سیستم، دستگاه معادله سیستم بدست می آید.

۸. به این روش حل سیستم، روش سختی یا تغییر مکانی گفته می شود.

* روش سختی: روش حل مسائل نامعین است که در آن مجهول اصلی مسئله، تغییر مکان ها هستند و فرمول سازی به طریق انجام می شود که بتوانیم از حل دستگاه جبری هم زمان، تغییر مکان های مجهول را بدست آوریم و بحالات ثانوی از روابط قبلی قابل محاسبه است.

* روش دیگر حل مسائل نامعین، روش نرمی یا نیرو است که در آن، بحالات اصلی، نیروها هستند.

◀ مراحل مربوط به روش سختی:

۱. تجزیه سیستم / حل به تعدادی عضو مسا یا مسا

۲. بدست آوردن رابطه سختی عضوین

۳. رابطه سختی برای تمام اعضا نوشته می شود.

۴. ماتریس در سیستم اعمال می شود.
۵. معادله نیروها را برقرار می کنیم.
۶. دستگاه معادلات جبری خطی همزن
۷. حل دستگاه جبری و بدست آوردن مجهولات اصلی (تغیرمطلوبه ها)
۸. بدست آوردن مجهولات ثانوی
- * ۱۸. کنترل نتایج

خواص ماتریس سختی

۱. متقارن است.
۲. قطره ای است. Diagonal Dominant
۳. مقدار عناصر قطر نسبت به عناصر سطری و ستونی بیشتر است.
۴. ماتریس زواری است.
۵. عناصر غیر صفر آن، حول قطر است.
۶. ماتریس مثبت معین است.
۷. عناصر قطری، غیر صفرند.

این ماتریس ها، ماتریس های ویژه هستند یعنی معکوس ندارند و قابل حل نیستند پس برای حل دستگاه به روش عمل می کنیم.

۱. سطری و ستونی مربوط به مجهولات معین را حذف می کنیم.
۲. ارزششک بدلتی استفاده می کنیم.

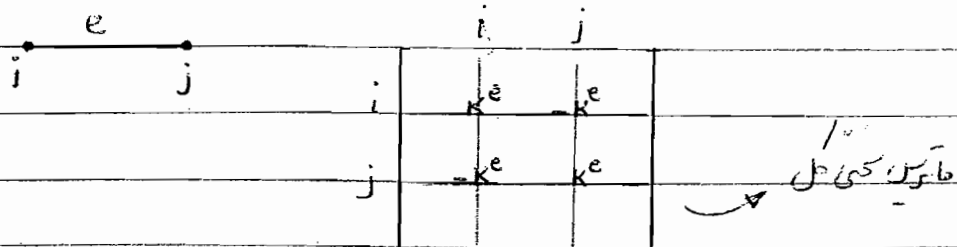
روش بدست آوردن ماتریس سختی

۱. یک ماتریس تعیین کنیم که مقدار سطری و ستونی آن به تعداد گره های مسئله باشد.
 ۲. درایه های ماتریس سختی، عضو را در محل برخورد سطری و ستونی های مربوط به شماره گره ها.
- عضو قرار می دهیم

$$K^e = \begin{bmatrix} K^e & -K^e \\ -K^e & K^e \end{bmatrix}$$

بردار نیروی کل با جمع نیروها در هر گره بدست می آید.

7



* تعادلاتی بر کلیل ماتریسی سازدها :

- ۱- رابطه سختی در الحاق (بروابط تئوری)
- ۲- سازگاری تغییر مکان ها (انتقال به دستگاه طی)
- ۳- تعادل نیرو - تشکیل دستگاه معادله (اصل کارهای مجازی - سیستم کردن انرژی پتانسیل)
- ۴- بدست آوردن تغییر مکان ها و نیروها
- ۵- کنترل

- ۱- دستگاه محضات طی
 - ۲- دستگاه محضات محلی (Local member)
- * می توانیم به تعداد عضوهای مسئله ، دستگاه محضات محلی داشته باشیم

- ۱- دستگاه محضات طی - هندسه ، نیروهای خارجی ، تغییر مکان ها
- ۲- دستگاه محضات محلی - نیروهای داخلی ، تنش ، کرنش و ...

* شرایط مرزی - تغییر مکانی
نیروی

* به تغییر غیر خطی ماتریس و در صورتی که سیستم به صورت یک ماتریس باشد یعنی قید و بندی نداشته باشد

* با اعمال شرایط مرزی ، سیستم را از نظر ریاضی قابل حل می کنیم

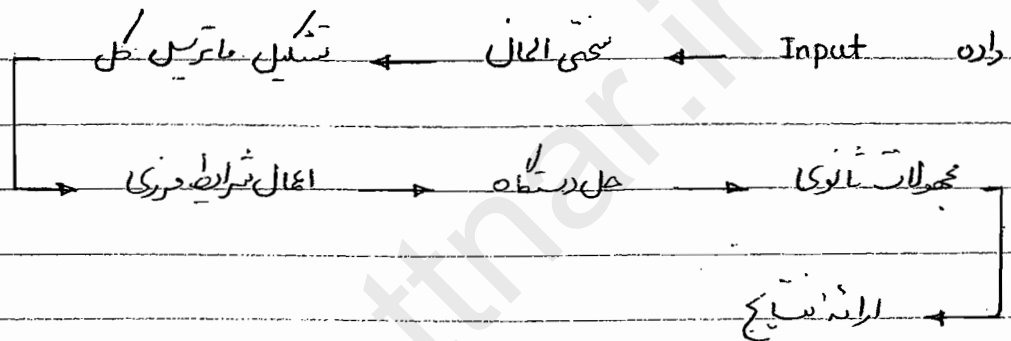
* وقتی ماتریس سیستمی قابل حل نباشد یعنی در نقطه های آن مشکل وجود دارد ،

* بررسی تعامل استاتیکی سیستم و جمع نیروهای درونی از کنترل های ساده یک سیستم پس از حل آن است.

اجرای برنامه :

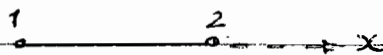
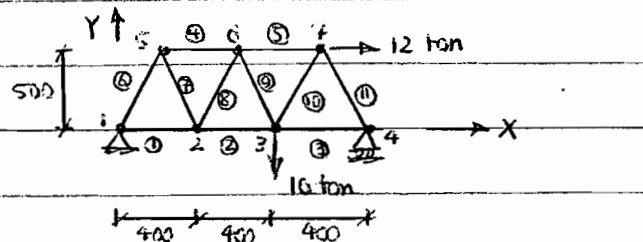
تحلیل ماتریسی ضرایبهای مسطح TRUSS 2-D

* درک دریافت صورت مسئله / حل مسئله / ارائه جواب



* در ابتدای برنامه باید ابعادگذاری (Dimensioning) انجام دهیم.

NPoin تعداد نودها
NELEM تعداد اعضا
NBOUND تعداد تکیه ها
COORD مختصات نودها
LNODS ارتباطات نودها

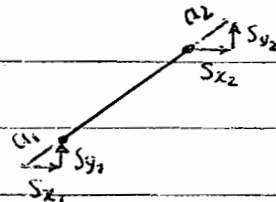
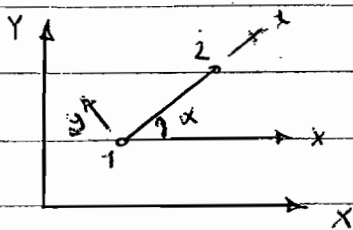


$$R_1 = \frac{EA}{l} (a_1 - a_2)$$

$$R_2 = -\frac{EA}{l} (a_1 - a_2)$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

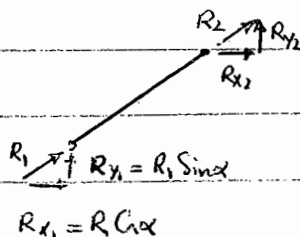
* اتصال از دستگاه محلی به دستگاه کلی، دوران حول محور Z است. دوران در جهت مثبتانی تعیین می شود.



$$\begin{cases} a_1 = S_{x_1} C \alpha + S_{y_1} S \alpha \\ a_2 = S_{x_2} C \alpha + S_{y_2} S \alpha \end{cases}$$

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} C \alpha \\ S \alpha \end{bmatrix}$$

$$a_1 = \begin{bmatrix} S_{x_1} \\ S_{y_1} \end{bmatrix} \underline{T}^T = \underline{S}_1 \underline{T}^T, \quad a_2 = \begin{bmatrix} S_{x_2} \\ S_{y_2} \end{bmatrix} \underline{T}^T = \underline{S}_2 \underline{T}^T$$



$$R_1 = \underline{T} R_2, \quad R_1 = K a_1 - K a_2$$

$$R_2 = \underline{T} R_1, \quad R_2 = -K a_1 + K a_2$$

$$R_{x_1} = R C \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = \underline{T} K \underline{T}^T \delta_1 - \underline{T} K \underline{T}^T \delta_2 \\ R_2 = -\underline{T} K \underline{T}^T \delta_1 + \underline{T} K \underline{T}^T \delta_2 \end{cases}$$

$$\underline{X}^T \rightarrow \begin{cases} R_1 = \underline{T} K \underline{T}^T \delta_1 - \underline{T} K \underline{T}^T \delta_2 \\ R_2 = -\underline{T} K \underline{T}^T \delta_1 + \underline{T} K \underline{T}^T \delta_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{x_1} \\ R_{y_1} \\ R_{x_2} \\ R_{y_2} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{x_1} \\ \delta_{y_1} \\ \delta_{x_2} \\ \delta_{y_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{T} K \underline{T}^T & -\underline{T} K \underline{T}^T \\ -\underline{T} K \underline{T}^T & \underline{T} K \underline{T}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}$$

اگر المانی در فضا داشته باشیم،

همین رابطه برقرار است. فقط نبردها

و تغییر مکان ها دارای سه مؤلفه هستند.

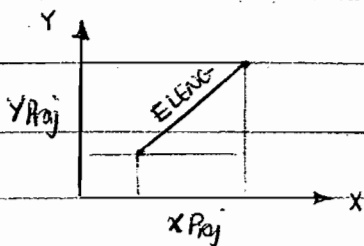
$$\underline{R} = K \underline{a} \Rightarrow \underline{T} K \underline{T}^T = K \begin{bmatrix} C^2 \alpha & S \alpha C \alpha \\ S \alpha C \alpha & S^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$K^e = \begin{bmatrix} K_{11}^{2x2} & K_{12}^{2x2} \\ K_{21}^{2x2} & K_{22}^{2x2} \end{bmatrix}, \quad K_{ii} = K \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$K_{12} = -K_{21}, \quad K_{21} = -K_{12}, \quad K_{22} = K_{11}$$

* برای بدست آوردن ماتریس سختی عضو باید K و α را داشته باشیم:

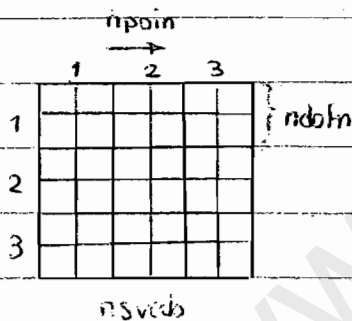
$$K = \frac{EA}{L}$$



$$ELENG = \sqrt{X_{proj}^2 + Y_{proj}^2}$$

$$\cos \alpha = X_{proj} / ELENG$$

$$\sin \alpha = Y_{proj} / ELENG$$



به ماتریسی به ابعاد (تعداد نره ها $\times$ تعداد نره ها) شکل می دهیم
هر سطر و ستون ماتریس را به تعداد درجات آزادی عضو آن
تقسیم بندی می کنیم و ماتریس سختی عضو را در کل ماتریس سطر
ستون مربوط به نره های عضو قرار می دهیم
به این ترتیب ماتریس سختی کل بدست خواهد آمد

معدلات انرژی ماتریسی

Frame Analysis

* قاب ها به سیستم های ساختمانی یا مکانیکی هستند که بارها را در صحنه خودشان تحمل می کنند
و به دو دسته کلی تقسیم می شوند: ۱) قاب های مستطیلی ۲) قاب های غیر مستطیلی

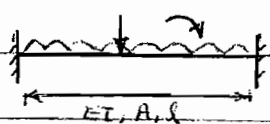
* مبای کلیل قاب ها، کلیل تیر است (عضو مبای قاب، تیر است)

* پس تئوری مورد احتیاج ما، تئوری خمش تیرهاست (Beam Bending Theory)

* در تئوری خمش محوری در مورد تیرهای خطی از اثر ورنش صرف نظری کنیم (Euler-Bernoulli)

ولی تئوری بفری به نام تیموشکو داریم که برای تیرهای ضخیم، ورنش را هم در نظر می گیریم

معادله‌های شیب - انحناء (Slope - Deflection)

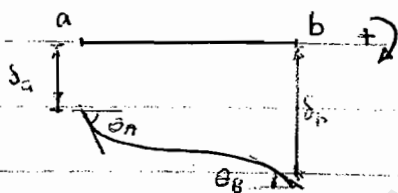


$$\sum F_y = 0, \quad \sum M_o = 0$$

* اگر نیروی افقی نداشته باشیم و از نیروهای ثقلی صرف نظر کنیم می‌توانیم یکی از محولات را حذف کنیم.
در نتیجه سازه دو مجهول و دو درجه نامعین است.

* برای کار با محمول برش و منحنی ویدست آوردن آنها است.
* منحنی‌های موجود در سازه ناشی از یکی از عوامل زیر است:

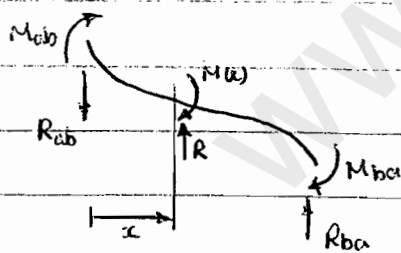
- ۱- دوران ابتدای تیر θ_A
- ۲- دوران انتهای تیر θ_B
- ۳- دوران کلی تیر $\phi = \frac{\Delta}{l}$
- ۴- بارهای خارجی



$$\delta_b - \delta_a = \Delta$$

$$\phi = \frac{\Delta}{l}, \quad \theta_A, \theta_B$$

تغییر مکان‌های ستاظر، در اینجا هستند



$$M(x) - R_{ab}x + M_{ab} = 0$$

$$EIy'' - R_{ab}x + M_{ab} = 0$$

* دوبار از معادله بالا انتگرال می‌گیریم و سپس شرایط مرزی را اعمال می‌کنیم.

$$x=0 \Rightarrow y'(0) = \theta_A, \quad y(0) = 0$$

$$x=L \Rightarrow y'(L) = \theta_B, \quad y(L) = \Delta$$

$$M_{ab} = \frac{2E(I)}{l} \left(2\theta_A + \theta_B - 3 \frac{\Delta}{l} \right)$$

• در عبارت نیروهای خارجی

$$M_{ba} = \frac{2E(I)}{l} \left(\theta_A + 2\theta_B - 3 \frac{\Delta}{l} \right)$$

روش کلی این است که بدون در نظر گرفتن بارهای خارجی، معادله تعادل را بر روی یک تیرم آزاد آن به دست می‌آوریم و با دوبار انتگرال گرفتن و اعمال شرایط مرزی، منحنی‌ها را بدست می‌آوریم.

• اگر بارهای ثابتی بر تیر اعمال شوند:

$$\frac{d}{dx^2} \left(\frac{d^2 w}{dx^2} EI(x) \right) = q(x)$$

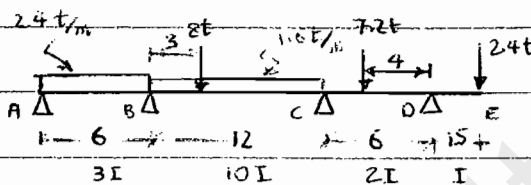
$$\Rightarrow \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI(x)}$$

که عبارت از معادله دیفرانسیل چهارم مرتبه است

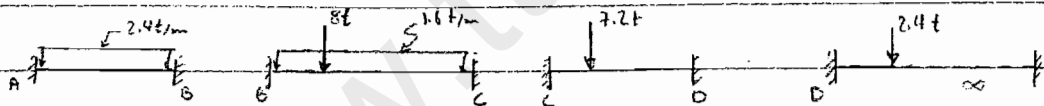
$$M_{ab} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{L}) + M_{ab}^{FE}$$

$$M_{ba} = \frac{2EI}{L} (\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\Delta}{L}) + M_{ba}^{FE}$$

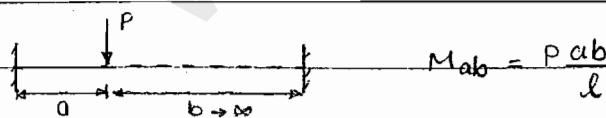
↳ نیروهای تیرکاری



مثال: تیر زیر را با استفاده از معادلات شیب و افت حل کنید



از معادلات تعادل در تیرها، معادلات لازم برای حل تیر بدست می آوریم. با حل در تیرها، شیب و افت تیرها بدست می آید و با قرار دادن آنها در معادلات شیب و افت تیرها معین می شوند.



$$M_{ab} = \frac{Pab}{l}$$

$$M_{ij} = \frac{2E(I)}{l_{ij}} (2\theta_i + \theta_j - \frac{3\Delta}{l_{ij}}) + M_{ij}^{FE}$$

• حل شیب و افت تیرها نسبت به تیرهای مجاور این در محدوده تیرها صورت می گیرد

1) مجهولات مسئله: $\theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D$

$$M_{ab} = -q \frac{l^2}{12} = -24 \times 6^2 / 12 = -7.2 \text{ t.m}$$

$$M_{ba} = +q \frac{l^2}{12} = 7.2 \text{ t.m}$$

↳ شیب و نیروهای تیرکاری

13

$$M_{be} = -31.2 \text{ tm} , M_{eb} = 31.2 \text{ tm}$$

$$M_{cd} = 6.4 \text{ tm} , M_{dc} = 3.2 \text{ tm}$$

$$M_{de} = -3.6 \text{ tm}$$

$$M_{ab} = \frac{2E(3I)}{6} (2\theta_a + \theta_b) + (-7.2)$$

$$M_{ba} = \frac{2E(3I)}{6} (\theta_a + 2\theta_b) + 7.2$$

$$M_{bc} = \frac{2E(10I)}{12} (2\theta_b + \theta_c) + (-31.2)$$

$$M_{cb} = \frac{2E(10I)}{12} (\theta_b + 2\theta_c) + 31.2$$

$$M_{cd} = \frac{2E(2I)}{6} (2\theta_c + \theta_d) + (-6.4)$$

$$M_{dc} = \frac{2E(2I)}{6} (\theta_c + 2\theta_d) + 3.2$$

$$M_{de} = -3.6$$

3. روش تعادل در نودها :

$$a \rightarrow M_{ab} = 0 , b \rightarrow M_{ba} + M_{bc} = 0$$

$$c \rightarrow M_{cb} + M_{cd} = 0 , d \rightarrow M_{dc} + M_{de} = 0$$

$$EI \begin{bmatrix} 2.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 5.33 & 1.67 & 0.0 \\ 0.0 & 1.67 & 4.67 & 0.67 \\ 0.0 & 0.0 & 0.67 & 1.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_a \\ \theta_b \\ \theta_c \\ \theta_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.2 \\ 24.0 \\ -24.8 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

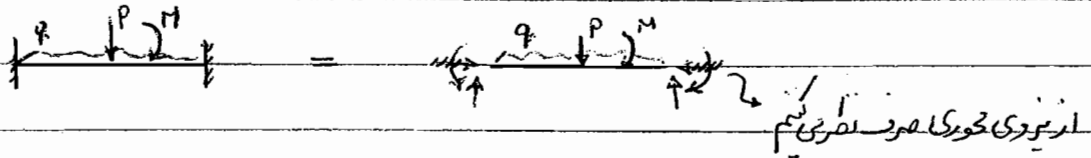
$$\theta_d = \frac{4.56}{EI} , \theta_c = -\frac{8.52}{EI} , \theta_b = \frac{7.16}{EI} , \theta_a = \frac{0.02}{EI}$$

$$M_{ab} = 0 , M_{ba} = 21.54 , M_{bc} = -21.54 , M_{cb} = 14.73$$

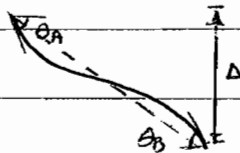
$$M_{cd} = -14.73 , M_{dc} = 3.6 , M_{de} = -3.6$$

✓ برای بررسی تغییرات، ماتریس می تغییر نمی کند. فقط برار نیروی کل عوض می شود.
شرایط مرزی نیرو و ماتریس سختی اثر ندارد.

روش شیب-افت در تحلیل سازه‌های نامعین



* می‌خواهیم اثر حرارت، بار و تغییر مکان را بر روی شیب و برشی کنیم



$\theta_A, \theta_B, \Delta, l$

$$M_{ab} = M_{ab}^{\theta_A} + M_{ab}^{\theta_B} + M_{ab}^{\Delta} + M_{ab}$$

$$M_{ba} = M_{ba}^{\theta_A} + M_{ba}^{\theta_B} + M_{ba}^{\Delta} + M_{ba}$$

$$\begin{cases} M_{ab} = \frac{2E(I)}{l} (2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{l}) + M_{ab} \\ M_{ba} = \frac{2E(I)}{l} (\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\Delta}{l}) + M_{ba} \end{cases}$$

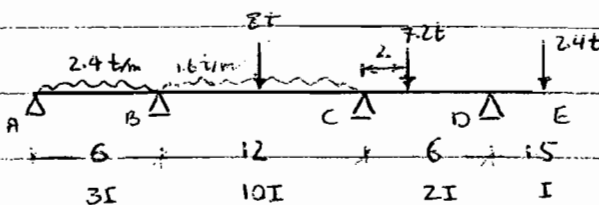
• برای تحلیل سیستم، آن را به عضوهای مستقل می‌کنیم و معادلات شیب-افت را برای هر عضو می‌نویسیم. سپس سازه را با اعمال می‌کنیم و معادلات درجه‌ها می‌نویسیم

* جواب‌های خصوصی این معادلات شیب‌گذاری هستند $\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI}$

$\frac{d^4y}{dx^4} = 0 \Rightarrow y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

اعمال شرایط مرزی $x=0 \begin{cases} y=0 \\ y'=\theta_A \end{cases}, x=l \begin{cases} y=\Delta \\ y'=\theta_B \end{cases}$

مثال: سازه زیر را تحلیل کنید



$$M_{ab} = \frac{2E(3I)}{6} (2\theta_{AB} + \theta_{BA}) + (-7.2), \quad M_{ba} = \frac{2E(3I)}{6} (\theta_{AB} + 2\theta_{BA}) + (-7.2)$$

15

$$M_{bc} = \frac{2E(10I)}{12} (2\theta_{bc} + \theta_{cb}) + (-31.2), \quad M_{cb} = \frac{2E(10I)}{12} (\theta_{bc} + 2\theta_{cb}) + (31.2)$$

$$M_{cd} = \frac{2E(2I)}{6} (2\theta_{cd} + \theta_{dc}) + (-6.4), \quad M_{dc} = \frac{2E(2I)}{6} (\theta_{cd} + 2\theta_{dc}) + (3.2)$$

$$M_{de} = -3.6$$

• معادلات سازگاری

$$\theta_{AB} = \theta_A, \quad \theta_{BA} = \theta_{BC} = \theta_B, \quad \theta_{CB} = \theta_{CD} = \theta_C, \quad \theta_{DC} = \theta_{DE} = \theta_D$$

• معادلات تعادل برشها

$$A \rightarrow M_{ab} = 0, \quad B \rightarrow M_{ba} + M_{bc} = 0$$

$$C \rightarrow M_{cb} + M_{cd} = 0, \quad D \rightarrow M_{dc} + M_{de} = 0$$

$$(I) \quad EI(2\theta_A + \theta_B) - 7.2 = 0$$

$$(II) \quad [EI(\theta_A + 2\theta_B) + 7.2] + [EI(\frac{5}{3}\theta_B + \frac{5}{3}\theta_C) - 31.2] = 0$$

$$(III) \quad [EI(\frac{5}{3}\theta_B + 2 \times \frac{5}{3}\theta_C) + 31.2] + [EI(\frac{2}{3}\theta_C + \frac{2}{3}\theta_D) - 6.4] = 0$$

$$(IV) \quad [EI(\frac{2}{3}\theta_C + \frac{2}{3} \times 2\theta_B) + 3.2] + [-3.6] = 0$$

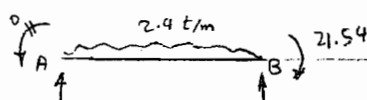
$$EI \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 + \frac{10}{3} & \frac{5}{3} & 0 \\ 0 & \frac{5}{3} & \frac{14}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \\ \theta_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.2 \\ 24 \\ -24.8 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

✓ البرشحات بر تعین کنند، فارسی نمی آید همیشه ثابت است

$$\theta_A = \frac{0.02}{EI}, \quad \theta_B = \frac{7.16}{EI}, \quad \theta_C = \frac{-8.533}{EI}, \quad \theta_D = \frac{4.562}{EI}$$

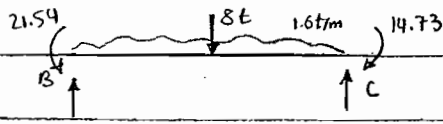
$$M_{ab} = 0, \quad M_{ba} = 21.54, \quad M_{bc} = -21.54, \quad M_{cb} = 14.73$$

$$M_{cd} = -14.73, \quad M_{dc} = 3.6, \quad M_{de} = -3.6$$



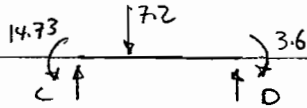
$$R_{ab} = \frac{2.4 \times 6}{2} - \frac{21.54 + 0}{6}$$

$$R_{ba} = \frac{2.4 \times 6}{2} + \frac{21.54 + 0}{6}$$



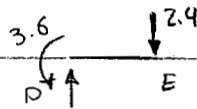
$$R_{bc} = (4 + 1.6 \times 6) - \frac{(-21.54 + 14.73)}{12}$$

$$R_{cb} = (4 + 1.6 \times 6) + \frac{(-21.54 + 14.73)}{12}$$

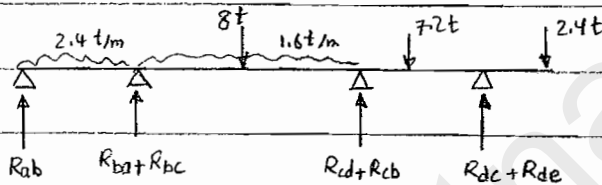


$$R_{cd} = \frac{7.2 \times 4}{6} - \frac{(-14.73 + 3.6)}{6}$$

$$R_{dc} = \frac{7.2 \times 2}{6} + \frac{(-14.73 + 3.6)}{6}$$

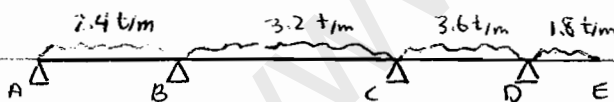


$$R_{de} = 2.4$$



✓ کنترل واقعی سازه این است
✓ به سافت کنیم فرض اولیه ما
✓ در سافت نظری منطبق با واقعیت است

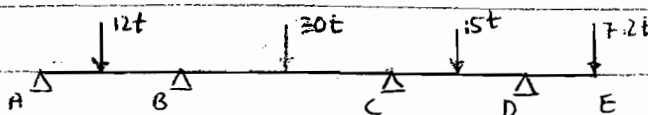
مثال 12: سازه قبل را با بارگذاری زیر تحلیل کنید



✓ ماکس می و مینیمم در محولات سازه
✓ قبل است و تغییر می کند

✓ فقط در این نیروی محلی تغییر می کند که از معادلات تعادل دروها بدست می آید

$$EI \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 5.333 & 5/3 & 0 \\ 0 & 5/3 & 14/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 4/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \\ \theta_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.2 \\ 31.2 \\ -27.6 \\ -8.785 \end{bmatrix}$$



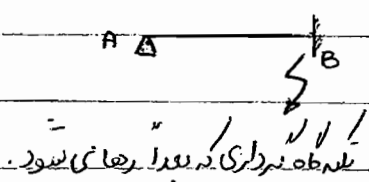
✓ بارهای جانبی و اثری سیستم را تغییر می دهند بنابراین می توانیم عناصر آمارگذاری را جدول بارگذاری سیستم

✓ تغییر می دهند به عنوان بار در نظر بگیریم بنابراین آنها را یک جدول بار تعادل تبدیل می کنیم

۱۷

تبار

شیب افت اصلاح شده



$$M_{ab} = \frac{2EI}{l} (2\theta_A + \theta_B)$$

$$M_{ba} = \frac{2EI}{l} (\theta_A + 2\theta_B)$$

$$M_{ab} = 0 \Rightarrow \theta_A = -\frac{\theta_B}{2}$$

$$M'_{ba} = \frac{2EI}{l} \left(\frac{\theta_B}{2} + 2\theta_B \right) \Rightarrow M'_{ba} = \frac{3EI}{l} \theta_B$$

$$M'_{ab} = \frac{3EI}{l} \theta_A$$

$$\text{مصل در راست} \quad M'_{ab} = \frac{3EI}{l} \left(\theta_A - \frac{\Delta}{l} \right) + M'_{ab}$$

$$\text{مصل در چپ} \quad M'_{ba} = \frac{3EI}{l} \left(\theta_B - \frac{\Delta}{l} \right) + M'_{ba}$$

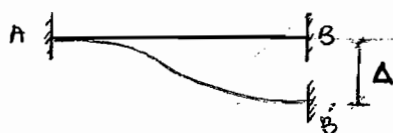
$$\mathcal{M}'_{ab} = \mathcal{M}_{ab} - \frac{1}{2} \mathcal{M}_{ba}, \quad \mathcal{M}'_{ba} = \mathcal{M}_{ba} - \frac{1}{2} \mathcal{M}_{ab}$$

استاد از روش شیب افت در کلیه سازه های نامعین

تغییر مکان های معلوم

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l} (2\theta_i + \theta_j - \frac{3\Delta}{l}) + M_{ij}$$

$$M_{ji} = \frac{2EI}{l} (2\theta_j + \theta_i - \frac{3\Delta}{l}) + M_{ji}$$



$$M_{ij} = \frac{2EI}{l} \left(-\frac{3\Delta}{l} \right) = -\frac{6EI}{l^2} \Delta$$

* وقتی تغییر مکان معلوم است می توانیم آن را حذف کنیم و به جای آن تشریح را قرار دهیم

$$M_{ji} = -\frac{6EI}{l^2} \Delta$$

- در این روابط Δ با علامت وارد می شود.
- بر خلاف نگرانی ناشی از θ که مختلف علامت بودند، در این حالت، نگرانی دومین مرتبه، هم علامت اند.

◀ تحلیل قاب ها به روش مستقیم
 * قاب ها، بار را در صفحه خود تحمل می کنند. عضوهای قاب، تیر است.

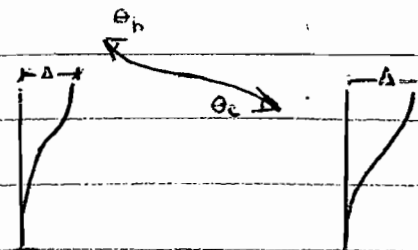
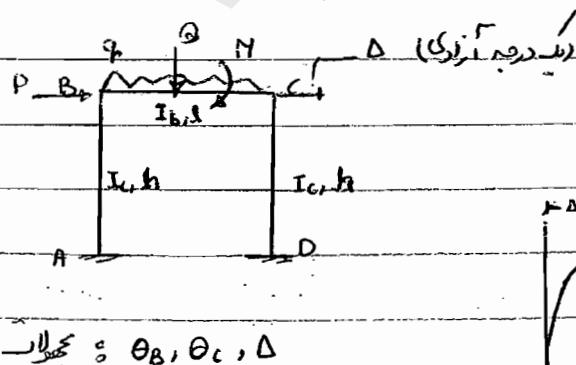
- * قاب ها برای تحلیل به دو دسته تقسیم می کنیم:
- ۱- مستطیل سه زاویه بین اعضای آن 90° است.
- ۲- شیب دار.



- * یکی از انواع قاب های مستطیل، پرتال است.
- * اولین مسئلای که باید در قاب ها بررسی شود، حرکت جانبی قاب است.

(Sway) حرکت جانبی قاب

- * اگر قاب متقارن باشد و بارگذاری قائم و متقارن باشد، حرکت جانبی نداریم.



- معادلات شیب افت را می توانیم برای هر عضو بنویسیم.

$$M_{ab} = \frac{2E(I_c)}{h} \left(\theta_B - \frac{3\Delta}{h} \right)$$

$$M_{ba} = \frac{2E(I_c)}{h} \left(2\theta_B - \frac{3\Delta}{h} \right)$$

$$M_{bc} = \frac{2E(I_b)}{l} (\theta_B + \theta_c) + M_{bc}$$

$$M_{cb} = \frac{2E(I_b)}{l} (\theta_B + 2\theta_c) + M_{cb}$$

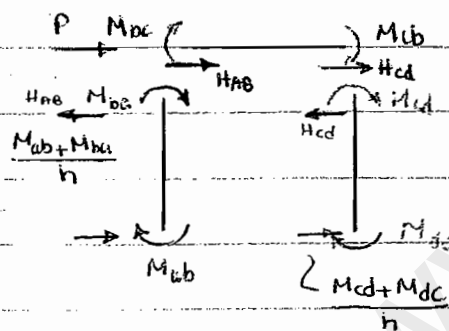
$$M_{cd} = \frac{2E(I_c)}{h} (2\theta_c - \frac{3\Delta}{h})$$

$$M_{dc} = \frac{2E(I_c)}{h} (\theta_c - \frac{3\Delta}{h})$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow M_{ba} + M_{bc} = 0 \quad (I)$$

$$\sum M_c = 0 \rightarrow M_{cb} + M_{cd} = 0 \quad (II)$$

• برای معادله سوم، از روی پیکانم آزاد سازم. تعادل برشی را می نویسم

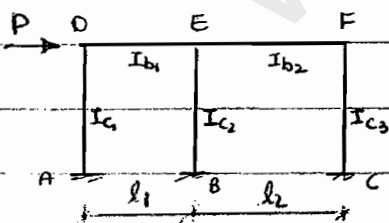


$$\sum F_{x/BC} = 0 \rightarrow$$

$$P + H_{AB} + H_{CD} = 0 \quad (III)$$

* فریب این معادله این است که مجهولی اضافه نمی شود و معادله برشی معکوسه فرد نیست.

✓ انتزاع چند دهانه و چند ضعیف است.



۱) تعیین مجهولات
۲) تعداد تغییر مکان های جانبی به تعداد ضعیفات مبنا دارد.

$$\Delta, \theta_D, \theta_E, \theta_F \text{ مجهولات}$$

۲) معادلات شیب افت را برای اعضا می نویسیم

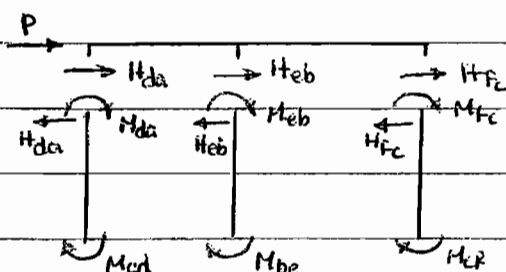
۳) تعادل نیروها را برقرار می کنیم

$$M_{de} + M_{da} = 0 \quad (I)$$

$$M_{ed} + M_{ef} + M_{eb} = 0 \quad (II)$$

$$M_{fe} + M_{fc} = 0 \quad (III)$$

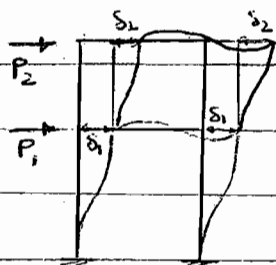
۴) برای بدست آوردن معادله آخر، از پیش معادله می‌کنیم



$$P + H_{da} + H_{eb} + H_{fc} = 0 \quad (IV)$$

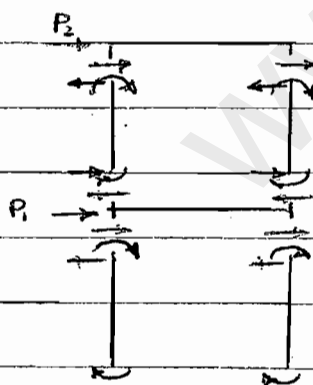
* قاب‌ها در مقابل حرکت‌های جانبی، ضعیف‌تر از دوران هستند

← قاب هند طبقه



لا در اسکله قاب‌ها ابتدا فرض می‌کنیم که نیروی اول اثر می‌کند و طبقه بعدی به صورت جسم صلب تغییر مکان می‌دهد و سپس فرض می‌کنیم که نیروی دوم اثر می‌کند و تغییر شکل در سازه اتفاق می‌افتد

محوالات: $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \delta_1, \delta_2$

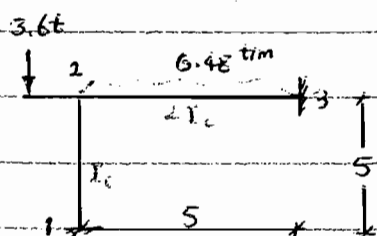


نکات زیر را باید در تحلیل قاب‌ها رعایت کنیم:

- ۱) نباید حرکت‌های اضافی را در مسئله در نظر بگیریم.
- ۲) اگر تعداد محولات از عددی بیشتر شود - دینر معادلات - شبیه لغت به تئانی جواب نمی‌دهند

وجود حرکت (۵) در اسکله بعضی از محورها ← غوری عضو

مثال) قاب زیر را تحلیل کنید



باید محولات تغییر مکانی را تعیین کنیم: θ_0

و امکان حرکت داریم چون اعضا نمی توانند تغییر طول دهند.

$$M_{23} = M_{32} = \frac{6.48 \times 25}{12} = 13.5 \text{ t.m}$$

$$M_{12} = \frac{2E(I_c)}{5} (\theta_2) \quad , \quad M_{21} = \frac{2E(I_c)}{5} (2\theta_2)$$

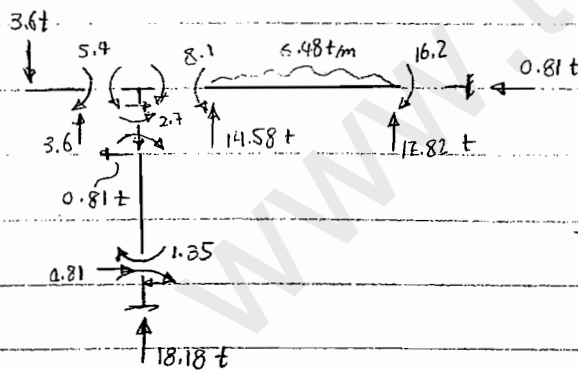
$$M_{23} = \frac{2E(2I_c)}{5} (2\theta_2) + (13.5)$$

$$M_{32} = \frac{2E(2I_c)}{5} (\theta_2) + 13.5 \quad , \quad M_{con.} = 3.6 \times 1.5 = 5.4 \text{ t.m}$$

$$\sum M_{(2)} = 0 \Rightarrow M_{21} + M_{23} + M_{con.} = 0 \Rightarrow \theta_2 = \frac{3.375}{EI}$$

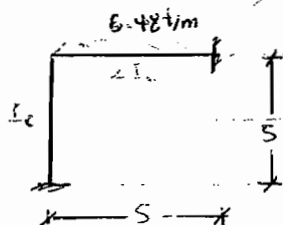
$$M_{12} = 1.35 \text{ t.m} \quad , \quad M_{21} = 2.7 \text{ t.m}$$

$$M_{23} = -8.1 \text{ t.m} \quad , \quad M_{32} = 16.2 \text{ t.m}$$



و اگر تکیه 3.06 را بزنیم، خنثی بود، امکان حرکت جانبی داریم، یعنی بارگذاری قائم نیز می تواند موجب حرکت جانبی شود.

* اگر قاعده برای امکان حرکت جانبی داشته باشد، فقط در حالت سازه متقارن و بارگذاری متقارن باشد، امکان حرکت وجود ندارد.
* متقارن بودن سازه شامل تکیه 3.06 ها هم می شود.



مثال 2) قاب زیر را تحلیل کنید.

* فقط $M_{con.}$ از شال قبل حذف می شود و داریم:

$$M_{21} + M_{23} = 0$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{5.625}{EI}$$

* وجود گسرنده، گسرنده معادل می‌گردد و باید داشتن آن، ضروری نیست. افزایش یافته است.

$$M_{12} = 2.25, \quad M_{21} = 4.5, \quad M_{23} = -4.5, \quad M_{32} = 18$$

مثال 3) مثال قبل را در حالتی که I تیر همان I_c باشد حل کنید.

$$\theta_2 = \frac{8.4375}{EI}$$

$$M_{12} = 3.375, \quad M_{21} = 6.75, \quad M_{23} = -6.75, \quad M_{32} = 16.785$$

4) همین مثال را در حالتی که I تیر 10 برابر I ستون باشد حل کنید.

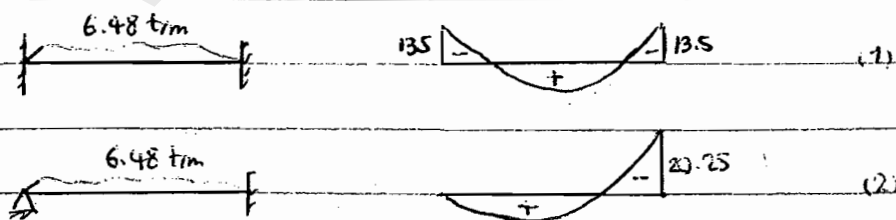
$$\theta_2 = \frac{1.534}{EI}$$

$$\Rightarrow M_{12} = 0.612, \quad M_{23} = -1.227$$

$$M_{21} = 1.227, \quad M_{32} = 19.636$$

4) وقتی مثال اینرسی ستون، 10 برابر تیر باشد:

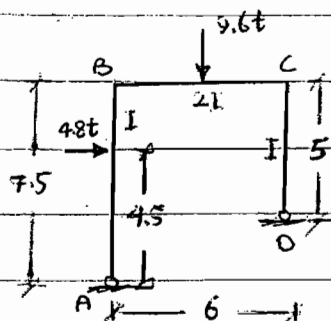
$$M_{12} = 6.136, \quad M_{21} = 12.27, \quad M_{23} = -12.27, \quad M_{32} = 14.11$$



در طراحی ها، سعی می‌کنیم اعضا نقش مؤثری ایفا می‌کنند. هرچه تیر سختی نسبت به ستون داشته باشد، تیر گاه به سخت، تیر گاه ساده عمل می‌کنند (شکل 2). و هرچه ستون سختی داشته باشد، تیر گاه به سخت، تیر گاه بردار می‌روند (شکل 1).

4) مصل‌های سخت‌رست و پلاستیک‌های بحرانی‌ترین وضعیت را دارند.

مثال ۱: شیب زیر را تحلیل کنید



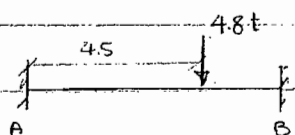
محرکات: $\theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D, \Delta$

۴. از شیب افت اصلاح شده استفاده کنیم و تحول حرکت

می شود: θ_A, θ_D

محرکات: $\theta_B, \theta_C, \Delta$

$$M_{ab}^* = M_{ab} - \frac{1}{2} M_{ba}, \quad M_{ba}^* = M_{ba} - \frac{1}{2} M_{ab}$$



$$M_{ab} = - \frac{4.8 \times 4.5 \times 3^2}{7.5^2} = - 3.45 \text{ t.m}$$

$$M_{ba} = \frac{4.8 \times 3 \times 4.5^2}{7.5^2} = + 5.18 \text{ t.m}$$

۴. عضو قائم را 90° در جهت شیب می چرخانیم و مانند عضو افقی آن را حل می کنیم

$$M_{bc} = - \frac{9.6 \times 6}{8} = - 7.2 \text{ t.m}, \quad M_{cb} = - 7.2 \text{ t.m}$$

$$M'_{ba} = \frac{3E(I)}{7.5} \left(\theta_B - \frac{\Delta}{7.5} \right) + \left(5.18 - \frac{1}{2} (-3.45) \right)$$

$$\begin{cases} M_{bc} = \frac{2E(2I)}{6} (2\theta_B + \theta_C) + (-7.2) \\ M_{cb} = \frac{2E(2I)}{6} (\theta_B + 2\theta_C) + (-7.2) \end{cases}$$

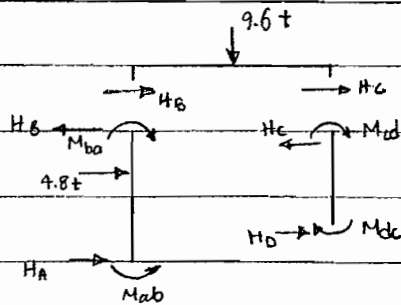
۴. برای عضو CD نیز از شیب افت اصلاح شده استفاده می کنیم:

$$M'_{cd} = \frac{3E(I)}{5} \left(\theta_C - \frac{\Delta}{5} \right)$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M'_{ba} + M_{bc} = 0 \quad (I)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{cb} + M'_{cd} = 0 \quad (II)$$

برای معادله سوم از روش استفاده می کنیم :



$$H_A = \frac{4.8 \times 3}{7.5} \quad M_{ab} + M_{ba}$$

$$H_B = \frac{4.8 \times 4.5}{7.5} + \frac{M_{ab} + M_{ba}}{7.5}$$

$$H_C = \frac{M_{cd} + M_{dc}}{5} = -H_D$$

$$H_B + H_C = 0 \quad (III)$$

EI		θ_B	=	
		θ_C		
		Δ		

استفاده از فرمول Wilbur برای محاسبه نیروهای تیرداری

ک حرفت این روش ، این است که حالات خود به خود درست دربی آید

این روش مخصوص معادلات شیب است

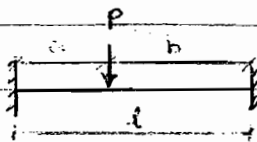
$$m_{oa} = \text{نسبت شیب } a$$

۱۱ تیر سازه

$$m_{ob} = \text{نسبت شیب } b$$

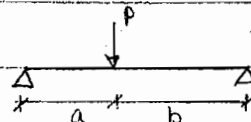
۱۲ تیر شیب

$$M_{ab} = \frac{2}{l^2} (m_{oa} - 2m_{ob}) \quad , \quad M_{ba} = \frac{2}{l^2} (2m_{oa} - m_{ob})$$



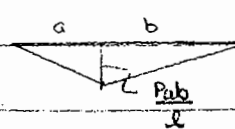
مثال: محاسبه نیروهای تیرداری برای استفاده از روش Wilbur

برست آورید



$$m_{oa} = \frac{Pab}{6} (2a + b)$$

$$m_{ob} = \frac{Pab}{6} (a + 2b)$$



$$M_{ab} = -\frac{Pab^2}{l^2} \quad , \quad M_{ba} = +\frac{Pa^2b}{l^2}$$

قالب‌های شیب دار

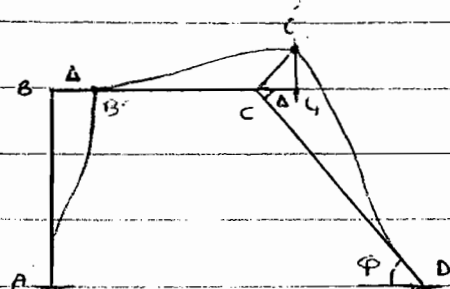
اصولاً این قالب‌ها غیر عمود هستند و در این قالب‌ها، حداقل کردن محولات مابین

است. (حل هندسی)

۱. تعیین محولات تغییر مکانی و دوران

۲. حداقل کردن محولات

۳. حل هندسی ۴. تعیین محولات مابین



۱. تعیین محولات

$\theta_B, \theta_C, \Delta_{AB}, \Delta_{BC}, \Delta_{CD}$

۲. حداقل کردن محولات

$$CC_1 = \Delta_{AB}, \quad CC' = \Delta_{BC}, \quad CC' = \Delta_{CD}$$

$$\frac{CC_1}{\sin \varphi} = \frac{CC'}{\cos \varphi} = \frac{CC'}{\sin 90^\circ} \Rightarrow \begin{cases} CC' = \Delta_{AB} \cot \varphi \\ CC' = \Delta_{AB} \operatorname{cosecant} \varphi \end{cases}$$

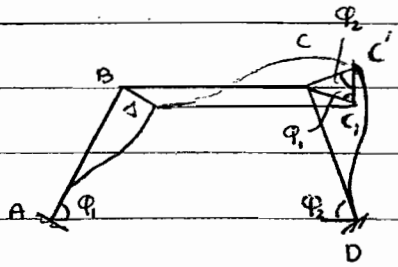
$$\begin{cases} M_{ab} = \frac{2EI}{l} \left(\theta_b - \frac{3\Delta}{l} \right) + M_{ab} \\ M_{ba} = \frac{2EI}{l} \left(2\theta_b - \frac{3\Delta}{l} \right) + M_{ba} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{bc} = \frac{2EI}{l} \left(2\theta_b + \theta_c + \frac{3\Delta \cot \varphi}{l} \right) + M_{bc} \\ M_{cb} = \frac{2EI}{l} \left(\theta_b + 2\theta_c + \frac{3\Delta \cot \varphi}{l} \right) + M_{cb} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{cd} = \frac{2EI}{l} \left(2\theta_c - \frac{3\Delta \operatorname{cosec} \varphi}{l} \right) + M_{cd} \\ M_{dc} = \frac{2EI}{l} \left(\theta_c - \frac{3\Delta \operatorname{cosec} \varphi}{l} \right) + M_{dc} \end{cases}$$

$$M_{ba} + M_{bc} = 0 \quad (I); \quad M_{cb} + M_{cd} = 0 \quad (II)$$

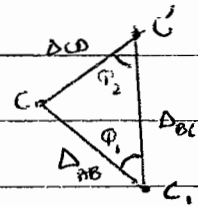
$$\sum F_{x/Bc} = 0 \quad (III)$$



$$CC_1 = \Delta_{AB}$$

$$C_1C' = \Delta_{BC}$$

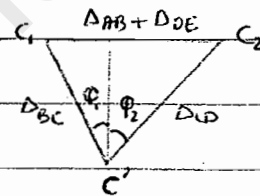
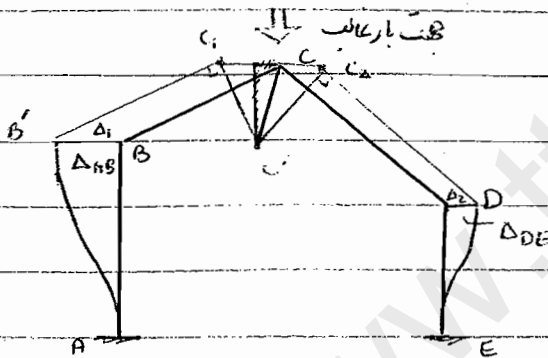
$$CC' = \Delta_{CD}$$



$$\frac{\Delta_{BC}}{\sin(\pi - \phi_1 - \phi_2)} = \frac{\Delta_{AB}}{\sin \phi_2}$$

$$\frac{\Delta_{CD}}{\sin \phi_1} = \frac{\Delta_{AB}}{\sin \phi_2}$$

★ از محم وین قاب های تشکیل می کنیم. قاب های سه گانه هستند که دو درجه آزادی مستقل دارند.



$$\begin{cases} \Delta_{BC} = F(\Delta_1 + \Delta_2) \\ \Delta_{CD} = g(\Delta_1 + \Delta_2) \end{cases}$$

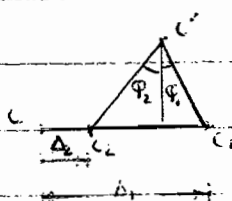
★ در حالت کلی باید دستگاه 5 معادله 5 مجهول را حل کنیم اما با استفاده از اصل قضیاتی با حاصل مجهولات سه گانه را حل می کنیم.

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{Ba} + M_{Bc} = 0$$

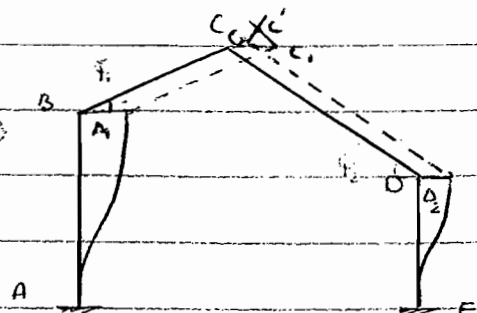
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{Cb} + M_{Cd} = 0$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow M_{De} + M_{Dc} = 0$$

$$\sum F_{x(B)} = 0, \quad \sum F_{x(D)} = 0$$

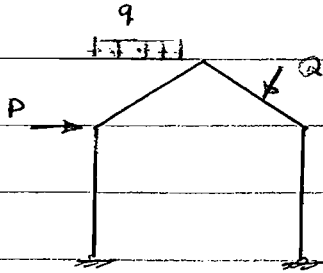


⇒ جهت بار جانبی



تعارف

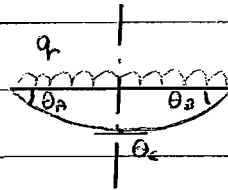
به از نظر هندسی اگر سازه و معیار باشد می توانیم از تعادل استفاده کنیم. تعادل کلیه ظاهر و بارها مد نظر نیست.



(سازه متعارف)

$$\theta_B = -\theta_A, \theta_C = 0$$

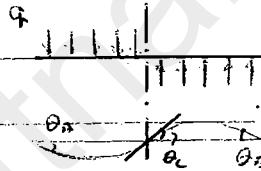
$$\Delta_{VC} \neq 0, \Delta_{HC} = 0$$



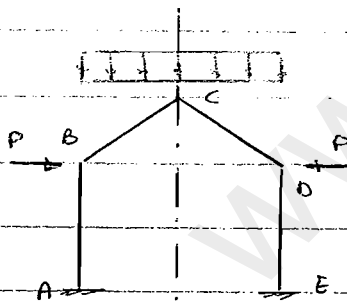
بارگذاری متعارف

$$\theta_B = \theta_A, \theta_C \neq 0$$

$$\Delta_{VC} = 0, \Delta_{HC} \neq 0$$



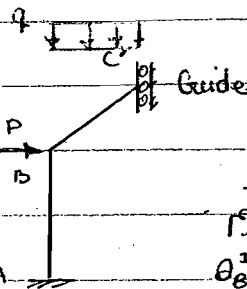
بارگذاری متعارف



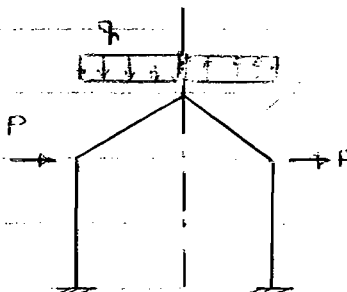
(بارگذاری متعارف)

$$\theta_D = -\theta_B, \theta_C = 0$$

$$\Delta_{HC} = 0, \Delta_{VC} \neq 0$$

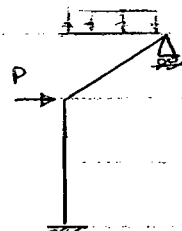


* به جای سازه متعارف می توانیم سازه را به دو بخش جدا کنیم
 $\theta_B^I, \Delta_{AB}^I$



(بارگذاری متعارف)

$$\theta_D = \theta_B, \Delta_{DE} = \Delta_{HB}$$



* سازه را با قاب دو در دو بخش می کنیم
 $\theta_B^I, \Delta_{AB}^I$

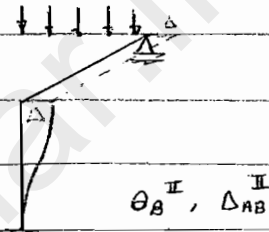
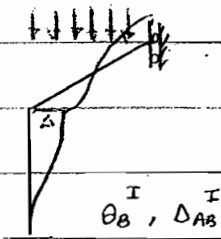
روش گام به گام حل :

۱- تبدیل بارگذاری به دو حالت متعارف + متعارف معکوس

۲- حل دو نیم قاب

۳- ترکیب جواب های تغییر مکانی

* اگر مستلزم را به صورت زیر به دو نیم قاب تبدیل کرده باشیم ، برای ترکیب جواب ها داریم :



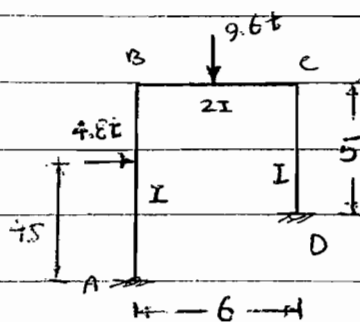
$$\begin{cases} \Delta_{AB} = \Delta_{AB}^I + \Delta_{AB}^{II} \\ \Delta_{BC} = \Delta_{BC}^I \\ \Delta_{CD} = -\Delta_{BC}^I \\ \Delta_{DE} = \Delta_{AB}^{II} - \Delta_{AB}^I \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_B = \theta_B^I + \theta_B^{II} \\ \theta_C = \theta_C^{II} \\ \theta_D = -\theta_B^I + \theta_B^{II} \end{cases}$$

* حال با استفاده از Δ و θ های بدست آمده معادلات شیب افق را می نویسیم

کنترل در این جا این است که از رابطه M شیب افق هر عضو بدست می آید و θ را یک بار در AB و یک بار در BC می نویسیم باید θ از هر دو است در آنده اصلی یکسان باشد

29

ساختن ماتریس سختی



$$M_{ab} = \frac{4.8 \times 3^2 \times 4.5}{7.5} = 3.45 \text{ t.m}$$

$$M_{ba} = 5.18 \text{ t.m}$$

$$M_{bc} = M_{cb} = 7.2 \text{ t.m}$$

$$M_{ab} = \frac{2E(I)}{7.5} (2\theta_a + \theta_b - \frac{3\Delta}{7.5}) - 3.45$$

$$M_{ba} = \frac{2E(I)}{7.5} (\theta_a + 2\theta_b - \frac{3\Delta}{7.5}) + 5.18$$

$$M_{bc} = \frac{2E(2I)}{6} (2\theta_b + \theta_c) - 7.2$$

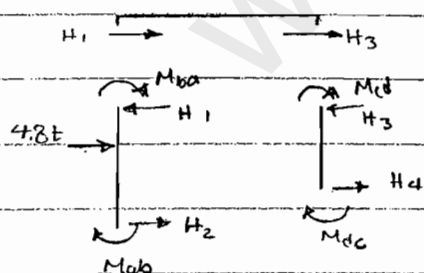
$$M_{cb} = \frac{2E(2I)}{6} (\theta_b + 2\theta_c) + 7.2$$

$$M_{cd} = \frac{2E(I)}{5} (2\theta_c + \theta_d - \frac{3\Delta}{5})$$

$$M_{dc} = \frac{2E(I)}{5} (\theta_c + 2\theta_d - \frac{3\Delta}{5})$$

$$M_{ab} = 0 \quad (I) \quad , \quad M_{ba} + M_{bc} = 0 \quad (II)$$

$$M_{cb} + M_{cd} = 0 \quad (III) \quad , \quad M_{dc} = 0 \quad (IV)$$



$$H_1 = \frac{4.8 \times 4.5}{7.5} + \frac{M_{ab} + M_{ba}}{7.5}$$

$$H_3 = \frac{M_{cd} + M_{dc}}{5.0}$$

$$\Rightarrow H_1 + H_3 = 0 \quad (V)$$

$$\begin{bmatrix} 0.5333 & 0.26667 & 0.0000 & 0.0000 & -0.1067 \\ & 1.8667 & 0.6667 & 0.0000 & -0.1067 \\ & & 2.1333 & 0.4 & -0.24 \\ & & & 0.8 & -0.24 \\ \text{Sym} & & & & 0.1244 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_a \\ \theta_b \\ \theta_c \\ \theta_d \\ \Delta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3.45 \\ 2.016 \\ -7.2 \\ 0.0 \\ 3.1104 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 33.642 \\ 2.982 \\ 4.14 \\ 40.912 \\ 143.27 \end{bmatrix}$$

F_1 $EIX\alpha$

$$M_{ab} \approx 0.0, \quad M_{ba} = 0.463$$

$$M_{bc} = 0.464, \quad M_{cb} = 14.708$$

$$M_{cd} = 14.708, \quad M_{dc} \approx 0.0$$

۴. مابین بدست آمده در این حالت، مابین یکی در حالت کلی است و برای هر شرایطی مابین استفاده است.

کلیه مابین های سطح ۵

۶. مابین های سطح، باره های هستند که برابر در همه موارد حل می کنند.

۱. ارتباط نیرو-تغییر مکان در سطح عضو [مابین کمی تغییر]

۲. انتقال به دستگاه کلی (اعمال سازگاری)

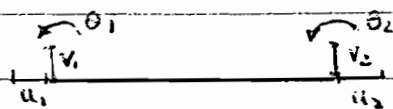
۳. برقراری تعادل نیروها در دستگاه معادله

۴. اعمال شرایط مرزی در دستگاه مابین حل

۵. بدست آوردن مجهولات تغییر مکان

۶. بدست آوردن مجهولات شتابی

۷. کنترل



$$[u_1, v_1, \theta_1, u_2, v_2, \theta_2] = \underline{a}^e$$

$$[P_1, Q_1, M_1, P_2, M_2, Q_2] = \underline{f}^e$$

$$M_1 = M_{ij} = \frac{2EI}{l} (2\theta_1 + \theta_2 + 3 \frac{v_2 - v_1}{l})$$

$$M_2 = M_{ji} = \frac{2EI}{l} (\theta_1 + 2\theta_2 + 3 \frac{v_2 - v_1}{l})$$

$$Q_1 = -\frac{M_1 + M_2}{l}, \quad Q_2 = \frac{M_1 + M_2}{l}$$

31

$$Q_1 = \frac{2EI}{l^2} (3\theta_a + 3\theta_b + 6 \frac{v_2 - v_1}{l})$$

$$Q_2 = -\frac{2EI}{l^2} (3\theta_a + 3\theta_b + 6 \frac{v_2 - v_1}{l})$$

4 چون در گرده تغییر مکان های کوچه واریجی قرار داریم می توانیم اثر نیروهای محوری را بر هم گذاری کنیم :

$$P_1 = \frac{EA}{l} (u_1 - u_2) , P_2 = -\frac{EA}{l} (u_1 - u_2)$$

8 ماتریس سختی در جهت تغییر از فضای تغییر مکانی به فضای نیرو است

K_{ij} = نیروی ایجاد شده در درجه آزادی i در اثر اعمال تغییر مکان واحد در درجه آزادی j وقتی که تمام سایر تغییر مکان ها صفر باشند

41 درجه ماتریس جرمی
 m_{ij} = نیروی ایجاد شده در درجه آزادی i در اثر اعمال شتاب واحد در درجه آزادی j وقتی که تمام سایر تغییر مکان ها صفر باشند

42 درجه ماتریس برشی
 C_{ij} = نیروی ایجاد شده در درجه آزادی i در اثر اعمال برش واحد در درجه آزادی j وقتی که تمام سایر تغییر مکان ها صفر باشند

	1	2	3	4	5	6		
1	$\frac{EA}{l}$	0	0	$-\frac{EA}{l}$	0	0	u_1	P_1
2		$\frac{12EI}{l^2}$	$\frac{6EI}{l^2}$	0	$-\frac{12EI}{l^2}$	$\frac{6EI}{l^2}$	v_1	Q_1
3			$\frac{4EI}{l}$	0	$-\frac{6EI}{l^2}$	$\frac{2EI}{l}$	θ_1	M_1
6				$\frac{EA}{l}$	0	0	u_2	P_2
5					$\frac{12EI}{l^2}$	$-\frac{6EI}{l^2}$	v_2	Q_2
6						$\frac{4EI}{l}$	θ_2	M_2

ماتریس اعمال → ماتریس گسی درجه 2 + ماتریس گسی اثر 2 بر 1

$$K_{11} = P_1 \Big|_{u_1=1, u_2=v_1=v_2=\theta_1=\theta_2=0} = \frac{EA}{l}$$

$$K_{12} = P_1 \Big|_{v_1=1, u_1=u_2=v_2=\theta_1=\theta_2=0} = 0$$

$$K_{13} = P_1 \Big|_{\theta_1=1} = 0, \quad K_{14} = P_1 \Big|_{u_2=1} = -\frac{EA}{l}$$

$u_1 = u_2 = v_1 = v_2 = \theta_2 = 0$ $u_1 = u_2 = 0$

$$K_{15} = P_1 \Big|_{v_2=1} = 0, \quad K_{16} = 0$$

$$K_{22} = Q_1 \Big|_{v_1=1} = \frac{12EI}{l^3}, \quad K_{23} = Q_1 \Big|_{\theta_1=1} = \frac{6EI}{l^2}$$

$u_1 = u_2 = \theta_1 = \theta_2 = v_2 = 0$ $u_1 = \dots = 0$

$$K_{24} = Q_1 \Big|_{u_2=1} = 0, \quad K_{25} = Q_1 \Big|_{v_2=1} = -\frac{12EI}{l^3}$$

$$K_{26} = Q_1 \Big|_{\theta_2=1} = \frac{6EI}{l^2}$$

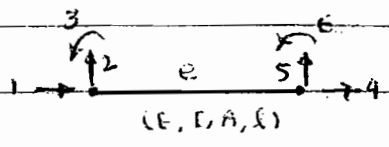
• ماتریس تبدیل برای تبدیل مختصات محلی به گلوبال:

$$\begin{bmatrix} C_{\beta} & S_{\beta} & 0 \\ S_{\beta} & C_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \tilde{T}$$

$$\tilde{T}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} \tilde{T}' & \underline{0} \\ \underline{0} & \tilde{T}' \end{bmatrix}$$

$$\tilde{K}_G = \tilde{T}^T \tilde{K}_L \tilde{T}$$

$6 \times 6 \quad 6 \times 6 \quad 6 \times 6 \quad 6 \times 6$



$$\tilde{K} \tilde{a} = \tilde{f}$$

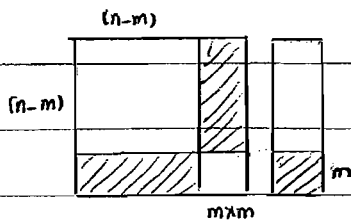
بردار نیروی معلوم

* بردار تغییر مکان های مجهول به روش تقسیم منبسط: 1- فعال active 2- غیر فعال passive

• فعال: درجات آزادی هستند که باید از بین آنها برای حل مسئله واجب است.
• غیر فعال: در حل مسئله تأثیری ندارند و می توانند بر حسب تغییر مکان های دیگر بدست آیند.

active + n m nonactive + m

* مانتريسي منحنى را به صورت زير اصلاح مي كنيم و درجات آزادي فعال و غير فعال را از هم جدايى كنيم:



1- روش پرتالي حل مانتريسي و پرتالي توانايي دار:

است حذف درجات آزادي غير فعال از سيستم و

كوتاه كردن مانتريسي منحنى حل

2- استفاده از تئوري پرتالي براي اعمال تغيير مكان ها و

بيرونهاي محمول

تأثير تغيير درجه حرارت:

* تأثير درجه حرارت از جنس انرژي است و اگر از حرارت محافظت شود درجه حرارت توليد نمي گند

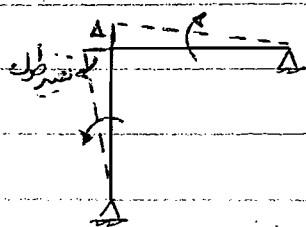
حرارت به صورت در سيستم اعمال مي شود. 1- حرارت يکنواخت 2- تفاضلي (گراديان حرارتي)

حرارت يکنواخت باعث افزايش يا کاهش طول پرهايي شود.

$$\Delta l = \alpha (\Delta T) l$$

$$\alpha = 1.2 \times 10^{-6} / ^\circ C \quad \rightarrow \quad \alpha = 1.1 \times 10^{-6} / ^\circ C$$

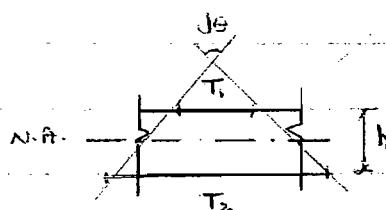
* اعمال تأثير حرارت يکنواخت به صورت نظريه پرتالي امکان پذير است:



تغير طول پير - تغير طول ستون

تغير طول ستون - تغير طول پير

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l} (2\theta_i + \theta_j - \frac{3\Delta}{l}) = - \frac{6EI}{l^2} \Delta$$

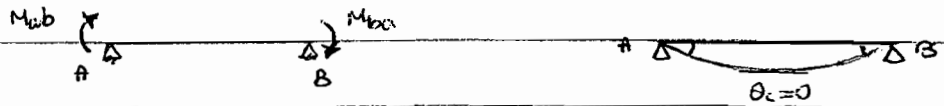


* نكل پير به صورت اثر ترمي بايد (تير درخش)

يعني اثر گراديان حرارتي در سيستم به صورت توليد تير است و

مخلوط آن مانند بار قائم است.

$$d\theta = \frac{\alpha(\Delta T)}{h} dx \Rightarrow \theta_a = \int_0^{l/2} d\theta = \frac{\alpha l \Delta T}{2h} = \theta_b$$



$$\theta_a = \frac{l M_{ab}}{3EI} - \frac{l M_{ba}}{6EI}, \quad \theta_a = \frac{\alpha \Delta T l}{2h}$$

$$M_{ab} = -M_{ba} = \frac{\alpha EI (\Delta T) l}{h}$$

* برای اینکه M_{ab} و M_{ba} را بدست آوریم باید از شرط تعادل استفاده کنیم.

باید مقدار آنها به صورتی باشد که θ_a را صفر کنند.

* برای اعمال اثر حرارت تفاوت باید از محل جفتی استفاده می کنیم.
 * وقتی بر روی سیستم بارگذاری حرارتی ای هم داریم، انرژی سیستم تغییر می کند و در نتیجه سیستم در تنش ای در می شود.

بارگذاری حرارتی $\rightarrow$ تفاوت سازه تغییر طول
 توافقی سازه تنش های سرداری

* پیش ناستی از حرارت توافقی نداریم



$$R_A = \frac{M_{ab} + M_{ba}}{l} = 0$$

Q_G	Q_T	Q_{PS}	F_G	F_T	F_{PS}

نیروهای ناشی از تغییر طول $\rightarrow$ نیروهای ناشی از تغییر دما $\rightarrow$ نیروهای ناشی از تغییر دما $\rightarrow$ نیروهای ناشی از تغییر دما $\rightarrow$ نیروهای ناشی از تغییر دما

* مَآءٌ وَسَخِيٌّ رَافِدٌ بِهِ مَآرِسُ الْإِسْلَامِ فِي نِيَمٍ

						f_g^*	f_r^*	f_{π}^*
9					=			

Frame 2111

برای بارگذاری های بیش از ۱

نصف ۱۰۰۰ ارکانی ۵

یعنی در محل وجود روح و عصبیه هم ستون نداشته باشیم در این صورت تغییر مکان های آن دو به هم مقید است و بلکه گاه ارتجاعی محسوب می شوند.

تنبیه برای ای ← تنبیهان دارم ولی عید است

* غنہ کا اری اری آیا فریدی میں نسیم



X	O	O
O	X	X
O	X	X

→

X	O	O
O	X	O
O	O	X

☆ اربعه جزیه هم متصل بالمد

ماتریس بہ صورت $\rho = \rho_0 + \rho_1$

هدف: تعین نقش مکان‌ها و نبردهای انجام شده در یک ماه است.

تعريف نسبي لـ $ab \equiv$ فرمعداد

۱۱ حذف کُنه ۱۶۸ ارجاعی و قرار دادن کُنه ۱۶۹ معمولی

۵۔ انروز شب - آفت بمسند حل می شود

(۲۴) مجلس العمل تہذیبیہ کان کنی سے (۲۵)۔

۴۔ در محل تلمذہ ارباب فی تعمیر مکان و اہد اعمال میں نیم

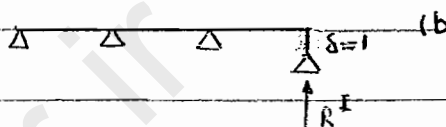
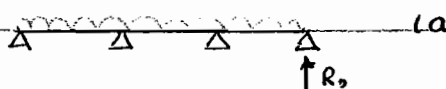
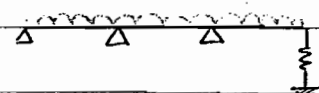
۱۵. مسئله بدون بارگذاری خارجی حل می شود.
 ۱۶. عکس العمل محل تکیه گاه انرژی را بدست می آوریم (R^I)

$$\text{تغییر مکان} = \frac{\text{نیرو}}{\text{تغییر مکان}}$$

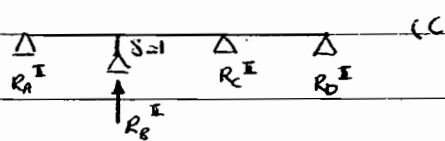
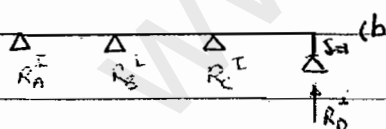
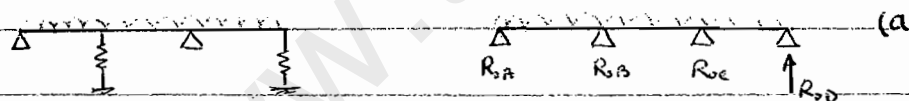
تغییر مکان واقعی نیز: x

$$\begin{aligned} \text{عکس العمل تکیه گاه} &: x R^I + R_0 \\ \text{عکس العمل واقعی تکیه گاه} &: R_F = x K_S \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x R^I + R_0 = x K_S$$



* اگر چند تکیه گاه انرژی داشته باشیم (بیش از ۱)، قسمت اول حل مسئله تغییر نمی کند.



$$\begin{aligned} \text{عکس العمل} &: x R_B^I + R_{0B} \\ \text{تغییر مکان واقعی نیز} &: y \Rightarrow R_{FB} = y K_B \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y R_B^I + R_{0B} = y K_B \\ x R_D^I + R_{0D} = x K_D \end{cases}$$

$$\begin{cases} y K_B = R_{0B} + x R_B^I + y R_B^I \\ x K_D = R_{0D} + x R_D^I + y R_D^I \end{cases} \Rightarrow \text{از محل این دستگاه معادلات - مسئله بدست می آید.}$$

K اگر تعداد معادلات مسئله n باشد باید $n+1$ بار مسئله را حل کنیم (در دستگاه معادلات $n \times n$)

کلیل به روش شیب لغت

کلیل برها با عطا تغییر

توابع شکل Shape Functions

توابعی که برای تعریف میدان تغییر مکان در یک سیستم سازه‌ای به کار می‌رود این میدان تغییر مکان بر حسب تغییر مکان‌های نقاط گره‌ای تعریف می‌شوند.

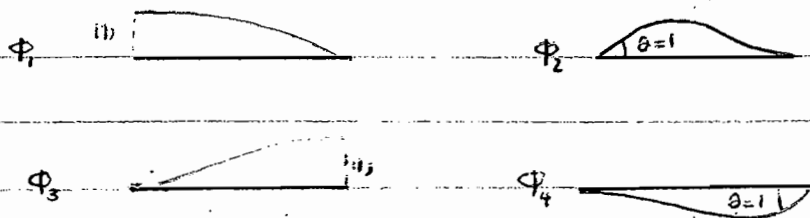


حرف تعریف $w(x)$ بر حسب تغییر مکان گره‌های 1 و 2.

$$w(x) = \Phi_1(x) w_1 + \Phi_2(x) \theta_1 + \Phi_3(x) w_2 + \Phi_4(x) \theta_2$$

* اگر این توابع را یک بار بدست آوریم، می‌توانیم برای همه تغییرات از آن استفاده کنیم.

با تبدیل کردن تغییر مکان، به قسمت‌های کوچک، می‌توانیم به تابع واقعی برسیم (بالوک کردن المان‌ها و با هر تقریبی می‌توانیم به جواب واقعی نزدیک شویم).



$$\Phi_1(x) = 3\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(1 - \frac{x}{l}\right)^3$$

$$\Phi_2(x) = l\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \left(\frac{x}{l}\right)$$

$$\Phi_3(x) = 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3$$

$$\Phi_4(x) = -l\left(\frac{x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

• کاربرد: ۱۱ تعریف میدان تغییر مکان به روش استاندارد

۱۲ تعریف میدان کرنش و تنش

۱۳ بدست آوردن درایه های K_{ij} , m_{ij} , c_{ij}

(ماتریس های سختی، جرم و میرایی ← ماتریس های سیستم)

$$K_{ij}^e \leftarrow \sum K_i^e \leftarrow K \quad \text{ماتریس سختی}$$

$$m_{ij}^e \leftarrow \sum M_i^e \leftarrow M \quad \text{ماتریس جرم}$$

$$c_{ij}^e \leftarrow \sum C_i^e \leftarrow C \quad \text{ماتریس میرایی}$$

$$K \ddot{u} + M \ddot{\ddot{u}} + C \dot{\ddot{u}} = F(t) \quad \text{معادله تعادل دینامیک سیستم}$$

$$K \ddot{u} = F \quad \text{معادله تعادل الاستیک سیستم}$$

$$K_{ij}^e = \int_0^l \phi_i''(EI) \phi_j'' dx \quad , \quad m_{ij}^e = \int_0^l \phi_i (m) \phi_j dx$$

$$c_{ij}^e = \int_0^l \phi_i' (C) \phi_j' dx$$

* تابع شکل دگرگام باید برای نیروی تحریک تعریف شوند:

$\phi_1, \phi_2 \rightarrow$ تابع خطی (درجه یک) هستند

$$\frac{d^2}{dx^2} (EA) = \frac{b \delta(x)}{l} \Rightarrow y(x) = ax + b \quad \text{جواب معادله:}$$

نیروی تحریک پرت در تیر

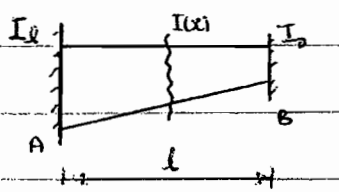
	(1)	(2)
(1)	A	*
(2)	*	A

$$\begin{cases} \phi_1 = 1 - \frac{x}{l} \\ \phi_2 = \frac{x}{l} \end{cases}$$

$$K_{ij}^e = \int \phi_i' (EA) \phi_j' dx \quad (i, j = 1, 2)$$

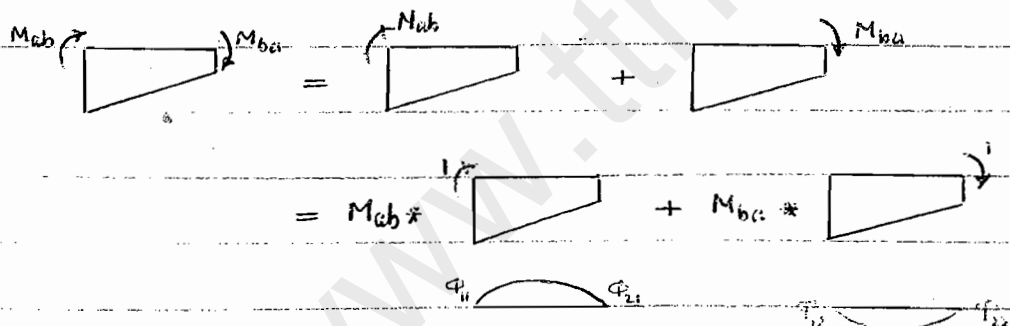
← تحلیل تیرها با مقطع متغیر:

✓ دلیل ساخت مقاطع متغیر، استفاده مناسب از مصالح و فضای کافی برای بهاری زیرمورد در مقاطع فولادی، عوارقی های تقویت استفاده می کنیم.

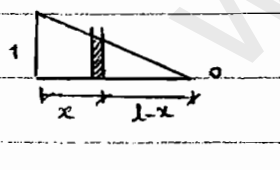


$$\begin{cases} M_{ab} = \frac{2EI}{l} (2\theta_a + \theta_b - \frac{3\Delta}{l}) + M_{ab} \\ M_{ab} = M_{ab}^{\theta} + M^{\theta} + M^{\Delta} + M_{ab} \end{cases}$$

$$I(x) = n \times I_c \quad (n > 1)$$

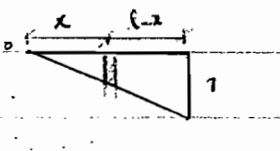


$$M_{ab} = M_{ab} * \frac{1}{l} + M_{ba} * \frac{1}{l}$$



$$M(x) = \frac{l-x}{l}$$

$$\frac{M(x)}{EI(x)} = \frac{l-x}{l} \times \frac{1}{EI(x)}$$



$$M(x) = \frac{x}{l}$$

$$\frac{M(x)}{EI(x)} = \frac{x}{l} \times \frac{1}{EI(x)}$$

$$\phi_{11} = \frac{1}{l} \left(b \cdot \frac{M}{EI} \right)$$

$$\phi_{21} = \frac{1}{l} \left(a \cdot \frac{M}{EI} \right)$$

$$\phi_{12} = \frac{1}{l} \left(b \cdot \frac{M}{EI} \right)$$

$$\phi_{22} = \frac{1}{l} \left(a \cdot \frac{M}{EI} \right)$$

$$\Phi_1 = \frac{1}{l^3} \left[\int_0^l \frac{(l-x)^2}{nx} \cdot \frac{l}{EI_c} dx \right], \quad \Phi_{12} = \Phi_{21}$$

$$\Phi_{21} = \frac{1}{l^3} \left[\int_0^l \frac{(l-x)x}{nx} dx \cdot \frac{l}{EI_c} \right], \quad \Phi_{22} = \frac{1}{l^3} \int_0^l \frac{x^2}{nx} \cdot \frac{l}{EI_c} dx$$

$$\Phi_{11} = \frac{C_1 l}{EI_c}, \quad \Phi_{12} = \frac{C_2 l}{EI_c} = \Phi_{21}, \quad \frac{C_3 l}{EI_c}$$

* Φ را در M_{ab} ضرب می کنیم $\theta_{1a}, \theta_{1b}, \theta_{2a}, \theta_{2b}$ و نسبت اینها را

$$M_{ab} \Phi_{11} = \theta_{1a}$$

$$M_{ba} \Phi_{12} = \theta_{2a}$$

$$M_{ab} \Phi_{21} = \theta_{1b}$$

$$M_{ba} \Phi_{22} = \theta_{2b}$$

نسبت θ : +)

$$\begin{cases} \theta_a = \theta_{1a} = \theta_{2a} = M_{ab} \frac{C_1 l}{EI_c} + M_{ba} \frac{C_2 l}{EI_c} \\ \theta_b = \theta_{1b} + \theta_{2b} = M_{ab} \frac{C_2 l}{EI_c} + M_{ba} \frac{C_3 l}{EI_c} \end{cases}$$

θ_a	=	C_1	$-C_2$	M_{ab}	$\frac{l}{EI_c}$
θ_b	=	$-C_2$	C_3	M_{ba}	$\frac{l}{EI_c}$

M_{ab}	=	$\frac{C_3}{2(C_1 C_3 - C_2^2)}$	$\frac{-C_2}{2(C_1 C_3 - C_2^2)}$	θ_a
M_{ba}	=	$\frac{-C_2}{2(C_1 C_3 - C_2^2)}$	$\frac{C_1}{2(C_1 C_3 - C_2^2)}$	θ_b

• بدون در نظر گرفتن نیروهای افقی

$$M_{ab} = \frac{2EI_c}{l} (K_{aa}\theta_a + K_{ab}\theta_b - (K_{aa} + K_{ab})\frac{\Delta}{l})$$

$$M_{ba} = \frac{2EI_c}{l} (K_{ab}\theta_a + K_{bb}\theta_b - (K_{bb} + K_{ab})\frac{\Delta}{l})$$

• برای برای حل مسئله تیر با مقطع متغیر (۱) C را ثابت کنیم (۲) K را ثابت کنیم

۱۳ به طای فرایب اوج در روابط ثابت است. ضرایب مربوطه را بنویسیم.

* اگر Δ و گشتاورهای ناشی باشیم:

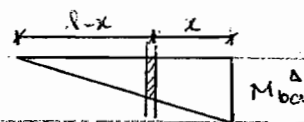
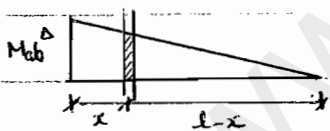
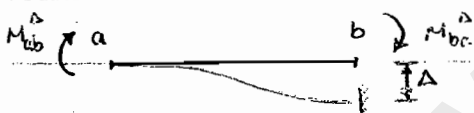
$$M_{ab} = \frac{2EI_c}{l} (K_{aa}\theta_a + K_{ab}\theta_b)$$

$$M_{ba} = \frac{2EI_c}{l} (K_{ba}\theta_a + K_{bb}\theta_b) \quad (I_c: \text{مستقیم در مقطع})$$

$$K_{aa} = \frac{C_3}{2(C_1C_3 - C_2^2)}; \quad K_{ab} = K_{ba} = \frac{C_2}{2(C_1C_3 - C_2^2)}; \quad K_{bb} = \frac{C_1}{2(C_1C_3 - C_2^2)}$$

$$C_1 = \frac{1}{l^3} \int_0^l \frac{(l-x)^2}{nx} dx; \quad C_2 = \frac{1}{l^3} \int_0^l \frac{(l-x)x}{nx} dx; \quad C_3 = \frac{1}{l^3} \int_0^l \frac{x^2}{nx} dx$$

• فریبته‌ها را در a و b = گشتاور $\frac{M}{EI}$ نسبت به b
 • فریبته‌ها را نسبت به b و a = گشتاور $\frac{M}{EI}$ نسبت به a



$$M(x) = M_{ab}^{\Delta} \frac{(l-x)}{l}$$

$$M(x) = M_{ba}^{\Delta} \frac{x}{l}$$

$$\Delta = \left[\int_0^l \frac{M_{ab}^{\Delta}}{EI(x)} \frac{(l-x)}{l} (l-x) dx + \int_0^l \frac{M_{ba}^{\Delta}}{EI(x)} \frac{x}{l} (l-x) dx \right]$$

$$\Delta = \left[\int_0^l \frac{M_{ab}^{\Delta}}{EI(x)} \frac{(l-x)}{l} x dx - \int_0^l \frac{M_{ba}^{\Delta}}{EI(x)} \frac{x}{l} x dx \right]$$

از حل معادلات بالا داریم:

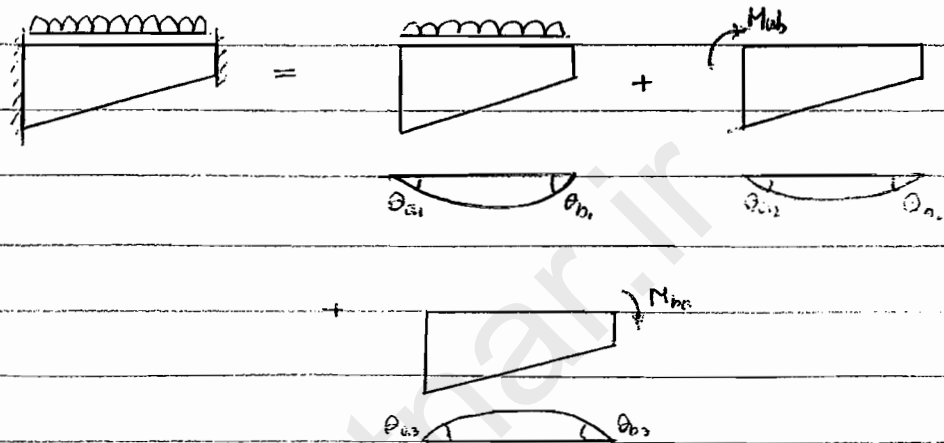
$$M_{ab}^{\Delta} = - \frac{2EI_c}{l} \left(\frac{C_2 + C_3}{2(C_1C_3 - C_2^2)} \right) \Delta$$

$$M_{ba}^{\Delta} = - \frac{2EI_c}{l} \left(\frac{C_1 + C_2}{2(C_1C_3 - C_2^2)} \right) \Delta$$

$$M_{ab} = \frac{2EI_c}{l} (K_{aa}\theta_a + K_{ab}\theta_b - (K_{aa} + K_{ab})\frac{\Delta}{l})$$

$$M_{ba} = \frac{2EI_c}{l} (K_{ba}\theta_a + K_{bb}\theta_b - (K_{ab} + K_{bb})\frac{\Delta}{l})$$

محاسبه نیروهای گسسته در مقطع متغیر



* اگر M_{ab} ، M_{ba} نیروهای گسسته باشند، روابط زیر برقرارند:

$$\begin{cases} \theta_{a1} + \theta_{a2} + \theta_{a3} = 0 \\ -\theta_{b1} - \theta_{b2} + \theta_{b3} = 0 \end{cases}$$

$$\theta_{a1} = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} (l-x) dx \quad ; \quad \theta_{b1} = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} x dx$$

$$\theta_{a2} = M_{ab} \frac{c_1 l}{EI_c} \quad ; \quad \theta_{a3} = M_{ba} \frac{c_2 l}{EI_c}$$

$$\theta_{b2} = M_{ab} \frac{c_2 l}{EI_c} \quad ; \quad \theta_{b3} = M_{ba} \frac{c_3 l}{EI_c}$$

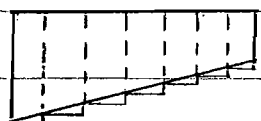
$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{ba} \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{2(l(c_3 - c_2^2))} \begin{bmatrix} c_3 & c_2 \\ c_2 & c_1 \end{bmatrix} \right) \times \frac{2}{l^2} \begin{bmatrix} -c_4 \\ c_5 \end{bmatrix}$$

$$c_4 = \int_0^l \frac{M(x)(l-x)}{nx} dx \quad ; \quad c_5 = \int_0^l \frac{M(x) \cdot x}{nx} dx$$

43

در مقطع ثابت ضریب انتقال کمتر از یک انتخاب انجمنه ای دیگر نیز این 2 است ولی در مقطع متغیر K_{ab} به K_{ac} می باشد یعنی ضریب نسبت دوران های دو سر بر انتقال می یابد.

روش های ساده ای استرال کری :



* باید مقطع را به مقاطع کوچک تر تقسیم کنیم
هر چه تعداد قسمت ها بیشتر باشد، دقت بیشتری
را در استرال کری داریم

محاسبه مقاطع متغیر از روش (فرانسیل مایرین کری) :

* در روش کری، محمولات اصلی ما، نیروها هستند. عیب این روش آن است که انتخاب واکش ها
اضافی کاملاً اضافی است و راه های مختلفی وجود دارد. مشکل دیگر این است که با حذف
واکش های اضافی، سازه باید پایدار باشد که اثبات پایداری سازه، مستلزم انجام محاسبات
عدد زیادی است.

فرمول سازی مختلط Mixed Formulation

$$I(x) = I_c n_x$$

$$C_1 = \int_0^L \frac{(1-x/L)^2}{EI(x)} dx \quad ; \quad C_2 = \int_0^L \frac{(1-x/L)(x/L)}{EI(x)} dx$$

$$C_3 = \int_0^L \frac{(x/L)^2}{EI(x)} dx$$

* دو عامل ثابت x/L و $1-x/L$ در این استرال ها وجود دارد.

$$\tilde{F} = \left\{ \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{(1-x/L)^2}{EI(x)} & \frac{(1-x/L)(x/L)}{EI(x)} \\ \frac{(1-x/L)(x/L)}{EI(x)} & \frac{(x/L)^2}{EI(x)} \end{bmatrix} dx \right\}$$

$$F = \int_0^l \left\{ \begin{bmatrix} (1-x/l) \\ (x/l) \end{bmatrix} \left(\frac{1}{EI(x)} \right) \begin{bmatrix} (1-x/l) & (x/l) \end{bmatrix} \right\} dx$$

* در روش های عددی، مقدار تابع را در نقاط معین بدست می آوریم و با هم جمع کرده و در ضریب مربوطه ضرب می کنیم.

روش ذوزنقه

$$\int_0^l J(x) dx = \frac{h}{2} [J_0 + 2J_1 + 2J_2 + \dots + J_n]$$

($l = nh$)

که بازه را به n قسمت تقسیم می کنیم. هرچه تعداد تقسیمات بیشتر باشد، دقت هم افزایش می یابد.

روش سیمپسون

$$\int_0^l J(x) dx = \frac{h}{3} [J_0 + 4J_1 + 2J_2 + \dots + 4J_{n-1} + J_n]$$

* در روش سیمپسون باید تعداد تقسیمات زوج باشد.

1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1

$\frac{1}{EI_0}$										
	$\frac{4}{EI_1}$									
		$\frac{2}{EI_2}$								
			$\frac{4}{EI_3}$							
				$\frac{2}{EI_4}$						
					$\frac{4}{EI_5}$					
						$\frac{2}{EI_6}$				
							$\frac{4}{EI_7}$			
								$\frac{2}{EI_8}$		
									$\frac{4}{EI_9}$	
										$\frac{1}{EI_{10}}$

$$F_{11} = \sum_{i=1}^n (1 - \frac{x_i}{l})^2 * D_i$$

$$F_{12} = \sum_{i=1}^n (1 - \frac{x_i}{l}) (\frac{x_i}{l}) * D_i$$

$$F_{22} = \sum_{i=1}^n (\frac{x_i}{l})^2 * D_i$$

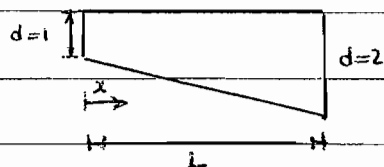
* ابتدا بازه را به تعداد مورد نیاز تقسیم بندی می کنیم

و سپس مقدار تابع را به ازای x های مختلف

بدست آورده و در ضریب مربوطه ضرب می کنیم.

45

مثال: مقطع متغیر زیر را تحلیل کنید.



$$I(x) = \frac{bd^3}{12} = \frac{bd_0^3}{12} \left(1 + \frac{x}{l}\right)^3 = I_0 \left(1 + \frac{x}{l}\right)^3$$

$$d(x) = d_0 \left(1 + \frac{x}{l}\right)$$

در حالت طره دبی مقاطع به صورت خطی تغییر می کنند: $d(x) = d_0 \left(1 + \alpha \frac{x}{l}\right)$ تغییر ارتفاع:

$$x=0 \rightarrow I_0 = I_0 ; x=l \rightarrow I_1 = I_0 (1.1)^3$$

$$I_2 = I_0 (1.2)^3 ; I_3 = I_0 (1.3)^3 ; \dots ; I_{10} = I_0 (1.11)^3 = 8I_0$$

$$D_0 = \frac{1}{I_0} ; D_1 = \frac{4}{I_0 (1.1)^3} ; D_2 = \frac{2}{I_0 (1.2)^3} ; \dots ; D_{10} = \frac{1}{8I_0}$$

$$F_{11} = \sum_{i=1}^n (1 - \frac{x_i}{l})^2 * D_i = \frac{0.1l}{3EI_0} (5.797)$$

$$F_{12} = \sum_{i=1}^n (1 - \frac{x_i}{l}) (\frac{x_i}{l}) * D_i = \frac{0.1l}{3EI_0} (1.705)$$

$$F_{22} = \sum_{i=1}^n (\frac{x_i}{l})^2 * D_i = \frac{0.1l}{3EI_0} (2.045)$$

$$\underline{F} = \frac{l}{6EI_0} \begin{bmatrix} 1.159 & 0.341 \\ 0.341 & 0.409 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{K} = \underline{F}^{-1} = \frac{2EI_0}{l} \begin{bmatrix} 3.430 & 2.860 \\ 2.860 & 9.719 \end{bmatrix}$$

ضرایب K از این طریق محاسبه می شوند:

$$\frac{2EI_0}{l} \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ab} & K_{bb} \end{bmatrix}$$

در معادلات تیب اینت قرار دهیم.

محاسبه نیروهای تیرداری:

$$C_4 = \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} (l-x) \cdot dx$$

$$C_5 = \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} \cdot x \cdot dx$$

$$\xi_1 = \int_0^l M(x) \left[\frac{1}{EI(x)} \right] \left(1 - \frac{x}{l} \right) dx$$

$$\xi_2 = \int_0^l M(x) \left[\frac{1}{EI(x)} \right] \left(\frac{x}{l} \right) dx$$

* به همان صورت روش پیمسون، گزیده‌های گزیده را تکمیل می‌دهیم.

◀ افتاده عملی از روش تیب ایند

• روش‌های تکراری Intrative Methods

* روش‌های تکراری، روش‌هایی هستند که یک محلول را از چند فرمول بدست می‌آوریم و سعی می‌کنیم جواب‌ها را به هم نزدیک کنیم. روش تکراری بر مبنای فرمول‌های دقیق انجام می‌شوند، بنابراین روش‌های دقیق هستند.

محدوده اعتبار:

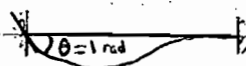
• تغییر شکل‌های بسیار کوچک

• گروه‌های صلب

• تأثیر ناخواسته نیروی محوری

◀ تعاریف و

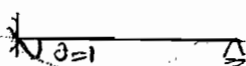
• سختی دورانی: به ازای دوران واحد در هر یک، گزیده معادل را بدست می‌آوریم که سختی دورانی
مستطیر است. • سختی دورانی مطلق



$$M_{ij} = \frac{2EI}{l} (2\theta_i + \theta_j)$$

$$M = K' = \frac{4EI}{l}$$

سختی دورانی مطلق

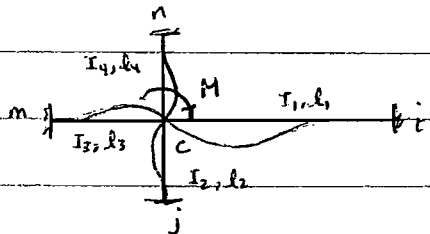


$$K' = \frac{3EI}{l}$$

سختی دورانی کاهش یافته

* هرچه سازه را نامعین می کنیم، سختی آن را افزایش می دهیم و پایداری آن نیز بیشتر می شود.

توزیع گستره



* چنانچه مطلب است، تمامی اعضا به اندازه θ دوران می کنند.

$$M_{ci} = \frac{2EI_1}{l_1} (2\theta) \quad , \quad M_{ci} = K'_1 \theta$$

$$M_{cj} = \frac{4EI_2}{l_2} \theta = K'_2 \theta$$

$$M_{cm} = \frac{4EI_3}{l_3} \theta = K'_3 \theta \quad \Rightarrow \quad M = (K'_1 + K'_2 + K'_3 + K'_4) \theta$$

$$M_{cn} = \frac{4EI_4}{l_4} \theta = K'_4 \theta$$

$$\Rightarrow \quad \theta = \frac{M}{\sum_{i=1}^4 K'_i}$$

$$M_{ci} = \frac{K'_1}{\sum K'_i} M = r_{ci} M$$

$$M_{cj} = \frac{K'_2}{\sum K'_i} M = r_{cj} M$$

$$M_{cm} = \frac{K'_3}{\sum K'_i} M = r_{cm} M$$

$$M_{cn} = \frac{K'_4}{\sum K'_i} M = r_{cn} M$$

$$r_{ij} = \frac{K'_{ij}}{\sum_{\text{گره}} K'_{ij}}$$

وقتی در یک گره، تکیه وجود دارد، این تکیه نسبت به تمامی اعضا تقسیم می شود.
(Moment Distribution) توزیع گستره

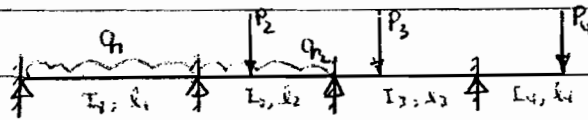
انتقال گستره

$$M_{ci} = \frac{2EI_1}{l_1} (2\theta_c + \phi_i)$$

$$M_{ic} = \frac{2EI_1}{l_1} (\theta_c + 2\phi_i) \quad \Rightarrow \quad M_{ic} = \frac{1}{2} M_{ci}$$

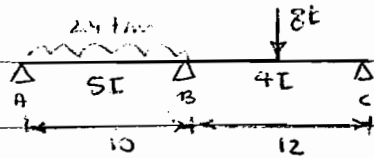
* گستره یک سر تکیه به سردگر منتقل می شود. این امر فقط در تکیه های با مقطع ثابت صادق است. در مقاطع متغیر مطرح نمی شود.

این) بن حل این مسئله توزیع مومنت و روش تغییرات و روش توزیع مومنت را طبقه‌بندی کنید.



* نکته‌ها: هرگاه بارها را نسبت به یک نقطه می‌گیریم و فاصله دو محور را مشخص می‌کنیم.

روش توزیع مومنت (Cross) Moment Distribution



۱) جهت آوردن مومنت اضافی که در دو جا وجود دارد

$$K' = \frac{4EI}{l}, \quad K = \frac{I}{l}, \quad r_{ij} = \frac{I_{ij}l}{\sum I_{ij}l}$$

B) AB, BC $\rightarrow K_{ba} = \frac{5I}{10}, \quad K_{bc} = \frac{4I}{12}$

$$\sum K_B = \frac{5I}{10} + \frac{4I}{12}$$

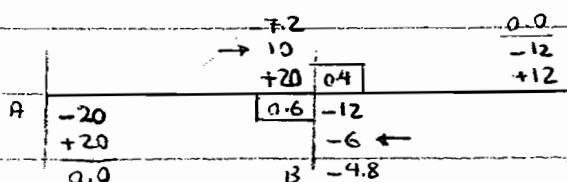
$$r_{ba} = \frac{5I/10}{(5I/10 + 4I/12)} = 0.6, \quad r_{bc} = \frac{4I/12}{(5I/10 + 4I/12)} = 0.4$$

۲) جهت آوردن مومنت‌های برآوردی

$$M_{ab} = -M_{ba} = -20 \text{ t.m}$$

$$M_{bc} = -M_{cb} = -12 \text{ t.m}$$

* اگر برای توزیع مومنت می‌خواهیم به بیشترین عدم تعادل مراجعه می‌کنیم



* حل برای این صورت مناسب نیست و بهتر است برای این صورت در مسئله قرار دهیم

بنابراین از نتایج حاصل یافته برای تیرک بر مفضل استفاده می کنیم.

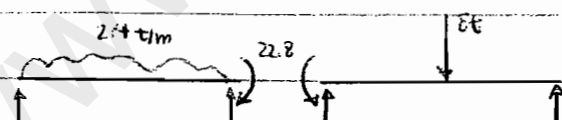
$$K_{ba} = \frac{5I}{10} \times \frac{3}{4}, \quad K_{bc} = \frac{4I}{12} \times \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow r_{ba} = 0.6, \quad r_{bc} = 0.4 \Rightarrow \begin{cases} M'_{ba} = +30 \text{ t.m} \\ M'_{bc} = -18 \text{ t.m} \end{cases}$$

◀ اعمال تکرر در عضو که یک بر مفضل است صورت می گیرد. بنابراین باید بار تکرر را به جواب می کنیم.

	-7.2		
	+30	0.4	
A	0.6	-18	
		-4.8	
	B		C

$$\Rightarrow M_{bc} = -22.8, \quad M_{ba} = 22.8$$



* اگر تغییر درجه حرارت، انقباض یا اتفادنی داشته باشیم، به صورت تکرر کردی در تیر اعمال می کنیم.

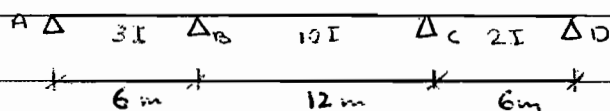
◀ روش های تکرری در حل سازه های نامعین

• ابتدا حل (عددی) تکرری دستگاه معادله

• حل اولیه یا حل صفر و حل تکرری

* پس از تعیین ضرایب توزیع و ضرایب انتقال از روشی شروع می کنیم که بیشترین عدم تعادل (تکرر) نامتعادل را داشته باشد.

206

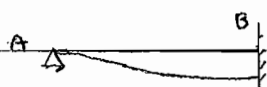


$$E = 2 \times 10^{-7} \text{ t/m}^2$$

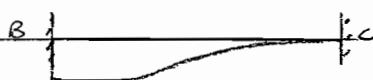
$$I = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$B_{\text{ست}} = 15 \text{ mm}$

طریقی از دست = نفرین‌های معادل شدن



$$M_{BA} = \frac{3EI(\delta)}{l^2} = 30 \text{ t.m}$$



$$M_{BC} = M_{CB} = - \frac{6EI(\delta)}{l^2} = -50 \text{ t.m}$$

B) $\therefore ba, bc$

$$K_{ba} = \frac{3}{6} \times \frac{3}{4} = 0.375, \quad K_{bc} = \frac{10}{12} = 0.833$$

برای اصلاح

$$\Rightarrow r_{ba} = 0.31, \quad r_{bc} = 0.69$$

c) $\therefore cb, cd$

$$K_{cb} = \frac{10}{12} = 0.833, \quad K_{cd} = 0.25$$

$$\Rightarrow r_{cb} = 0.77, r_{cd} = 0.23$$

		$+0.03$ $\rightarrow -0.03$ $\underline{\underline{+0.2}}$ $\rightarrow -0.26$ -385 $+50$	
-0.03 -0.23 -30	0.69		0.23
0.31	$+50$ $19.75 \leftarrow$ -0.52 $\underline{\underline{0.1 \leftarrow}}$ -0.07 $0.01 \leftarrow$	0.77	0.0 -11.5 $+0.06$ 0.01

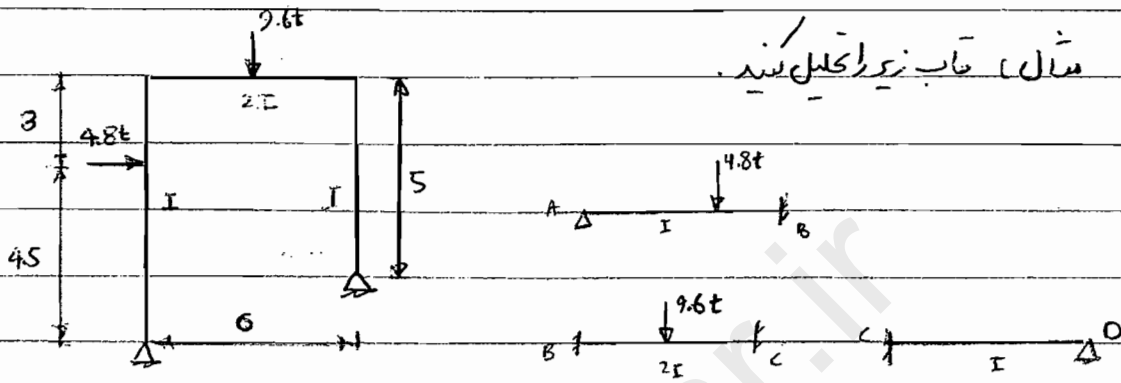
-30.27		+11.43	
	30.28		-11.43

SI

← تحلیل سازه های نامعین - روش نظری

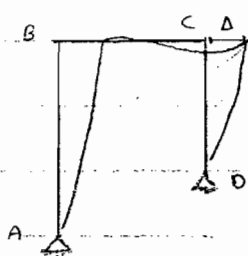
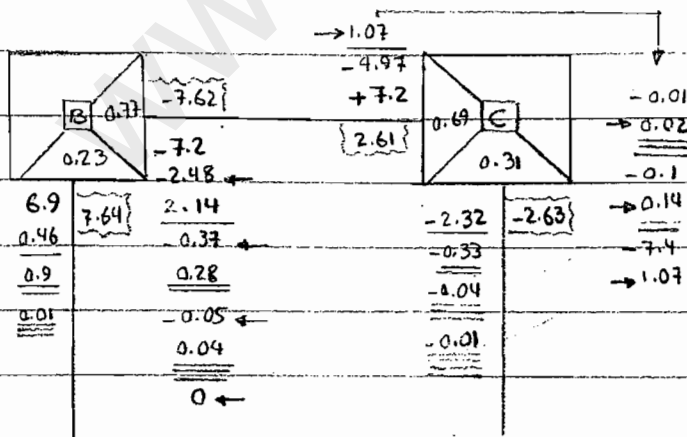
تحلیل قاب به روش توزیع لحظه

مثال، قاب زیر را تحلیل کنید.



$$B: K_{ba}, K_{bc}, C: K_{cb}, K_{cd}, K_{ij} = \frac{3}{4} K_{ji}$$

$$\begin{cases} M'_{ba} = 6.9 \text{ t.m} \\ M'_{bc} = M_{cb} = -1.2 \text{ t.m} \end{cases} \quad \begin{cases} M'_{ab} = M_{ab} - \frac{1}{2} M'_{ba} \\ M'_{ca} = M_{ca} - \frac{1}{2} M'_{cb} \end{cases}$$



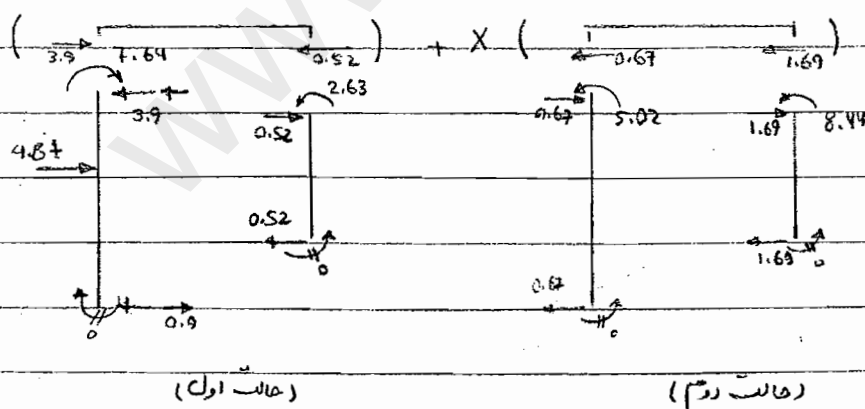
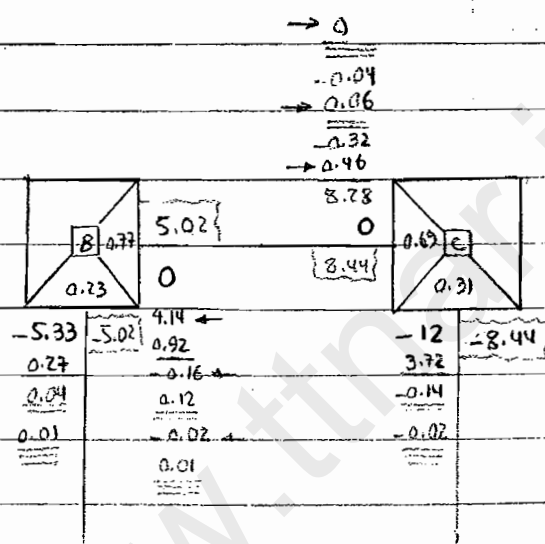
در این مدل، عمل صفت در روش توزیع لحظه
عمل حرکت جانبی (۱۵) را هم در نظر می گیریم و
باید نیروهای تیرداره معادل را به سازه اعمال کنیم

گيرداري معادل تغيير مکان در محل تکیه ها

$$5.33 \text{ t.m} = M'_{ba} = \frac{3E(I)}{l^2} \Delta \sim \Delta = \frac{100}{EI}$$

$$-12 \text{ t.m} = M'_{ed} = \frac{3E(I)}{l^2} \Delta$$

Δ را برای انتخاب منبسط یا منقبض آکده در هر دو گره های متصل باشند.



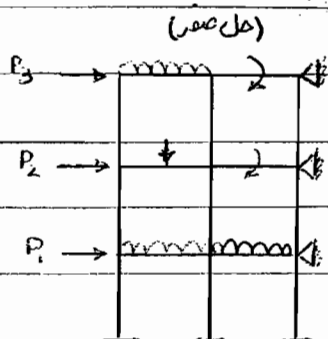
به مقدار لا بد با این سازه می نویسیم و مقدار X را بدست می آوریم:

$$(0.9 - 0.52) + X(-0.67 - 1.69) = 4.8 \Rightarrow \boxed{X = 1.43}$$

$$\Delta = \frac{143}{EI}$$

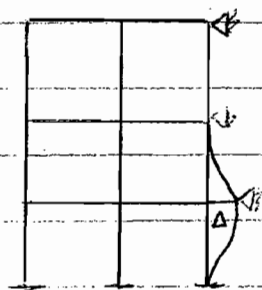
$$M_{ba} = (7.64) + 1.43(-5.02) \quad , \quad M_{ed} = 2.61 + 1.43(8.44)$$

کوتاه، پس از یک طبقه داشته باشد :

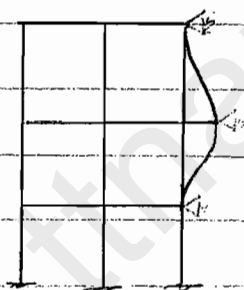


* ابتدا با قراردادن طبقه‌های مجازی امکان حرکت جانبی را از سازه می‌گیریم و آن را تحلیل می‌کنیم

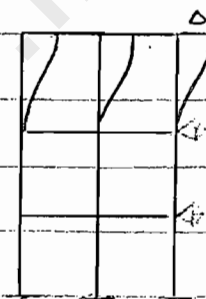
* سپس به ترتیب طبقه‌ها را آزاد می‌کنیم تا به اندازه Δ حرکت جانبی داشته باشند و سازه را تحلیل می‌کنیم



حل I



حل II



حل III

$$(حل صفر) + x (حل I) + y (حل II) + z (حل III)$$

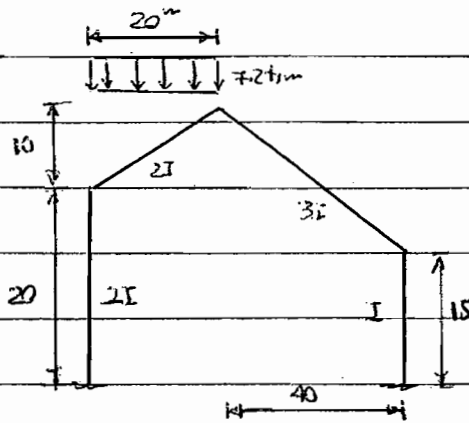
* برای به دست آوردن معادلات لازم، باید گرامر آنرا سازه را رسم می‌کنیم و تعادل برش را در هر طبقه می‌نویسیم

* در این حالت باید $n+1$ بار مسئله را حل کنیم

* چون در این روش باید دستگاه معادله $n \times n$ را حل کنیم از روش‌های زیر برای تحلیل این قاب‌ها استفاده می‌کنیم :

- ۱- تحلیل هداطنه برای افقی و قائم : فرض می‌کنیم بار قائم تولید حرکت جانبی نمی‌کند و سپس بارهای جانبی را در نظر می‌گیریم و جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم. این روش تقریبی است چون فقط در حالت سازه متقابل، بار قائم تولید حرکت جانبی نمی‌کند.
- ۲- روش گالری

تمرین ۱) مطلوب است تحلیل قاب زیر بر روش توزیع ممان

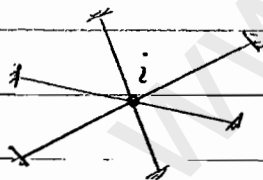


روش ممان در تحلیل سازه‌های نامعین

سای این روش، شیب افت است و معانی فرقیات شیب افت در اینجا هم صادق است.

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l} \theta_i + \frac{2EI}{l} \theta_j - \frac{6EI\delta}{l^2} + \Delta_{ij}$$

$$M_{ij} = 2M_{ij}^{\theta} + M_{ij}^{\theta} + M_{ij}^{\Delta} + \Delta_{ij}$$



* جمع ممان‌های گیرداری در نوک شیب است.
هر عضو در ممانی بدست آوردن M_{ij}^{θ} می باشد.

$$\sum M_{ij} = \sum 2M_{ij}^{\theta} + \sum M_{ij}^{\theta} + \sum M_{ij}$$

نظریه $\sum M_{ij} = \Delta_i \Rightarrow$ چون جمع ممان‌های گیرداری در نوک شیب است
چون گره برقرار است $\Rightarrow \sum M_{ij} = 0$

$$\sum M_{ij}^{\theta} = -\frac{1}{2} [\sum M_{ij}^{\theta} + \Delta_i]$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{ij}^{\theta} = -\frac{1}{2} K_{ij} [\Delta_i + \sum M_{ij}^{\theta}]}$$

$$\text{فرد توزیع ممان} \rightarrow r_{ij} = -\frac{1}{2} \frac{K_{ij}}{\sum K_i} \Rightarrow M_{ij}^{\theta} = r_{ij}^K [\Delta_i + \sum M_{ij}^{\theta}]$$

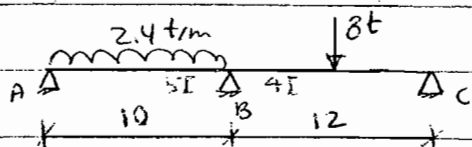
روش کانی (Kani)

$$M_{ij}^{\theta} = r_{ij}^k [\mu_i + \sum M_{ji}^{\theta}]$$

$$r_{ij}^k = \frac{1}{2} \frac{K_{ij}}{\sum_{j=1}^n K_{ij}} \quad , \quad \mu_i = \sum M_{ji}$$

* در روش کانی هم به جواب واقعی خواهیم رسید. این روش، خودش را اصلاح می‌کند و تفاوت روش کانی یک درجه بیشتر از روش کراس است.

مثال: پرتال زیر را به روش کانی تحلیل کنید.



1) تیرهای پرتال

$$\begin{cases} \mu'_{ba} = +ql^2/8 = 30 \text{ t.m} \\ \mu'_{bc} = -pl/8 = -18 \text{ t.m} \end{cases}$$

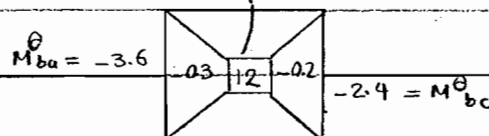
2) درست کردن ضرایب توزیع

$$B) \therefore ba, bc \quad K_{ba} = \frac{3}{4} \frac{5}{10} \quad , \quad K_{bc} = \frac{3}{4} \frac{4}{12}$$

$$r_{ba} = \frac{-1}{2} \frac{K_{ba}}{K_{ba} + K_{bc}} = 0.3 \quad , \quad r_{bc} = -0.2$$

3) جمع ضرایب توزیع در هر درجه برابر 1 است.

مجموع تیرها برابر 1 است



3) درست کردن ضرایب توزیع

* ابتدا دوران درانها را دور را صفر قرار می‌دهیم و از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$M_{ij}^{\theta} = r_{ij}^k [\mu_i + \sum M_{ji}^{\theta}]$$

$$M_{ba}^{\theta} = -0.3 [12 + 0] = -3.6 \text{ t.m}$$

$$M_{bc}^{\theta} = -0.2 [12 + 0] = -2.4 \text{ t.m}$$

$$M_{ba} = 2 M_{ba}^{\circ} + M_{ab}^{\circ} + M'_{ba}$$

$$= 2(-3.6) + (0) + (30) = 22.8 \text{ t.m}$$

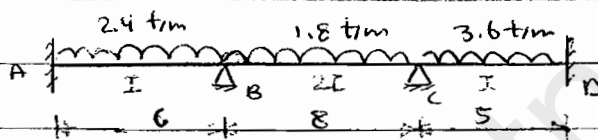
$$M_{ab} = 2M_{ab}^{\theta} + M_{ba}^{\theta} + \mu_{ab} = 0$$

$$M_{bc} = 2M_{bc}^{\theta} + M_{cb}^{\theta} + M'_{bc}$$

$$= 2(-2.4) + (0) + (18) = 22.8 \text{ t.m}$$

$$Mcb = a$$

مثال 12. سرایہ درش حافی کلل سید



۱. - لایحه‌های زیر را:

$$M_{ab} = -M_{ba} = 7.2 \text{ t.m}$$

$$M_{bc} = M_{cb} = 9.6 \text{ t.m} \quad , \quad M_{cd} = M_{dc} = 7.5 \text{ t.m}$$

B) $\therefore$ ba, bc

۱۲ می رسد ضربت تو زنی

~~$K_{ba} = \frac{1}{6}, K_{bc} = \frac{2}{8}$~~

$$\Sigma K = 5/12 \Rightarrow r_{ba} = 0.4, r_{bc} = 0.6$$

c) $\therefore cb, cd$ $K_{cb} = 1/4$, $K_{cd} = 1/5$, $\Sigma K = 9/20$

$$\Rightarrow r_{ch} = 0.56, \quad r_{cl} = 0.44$$

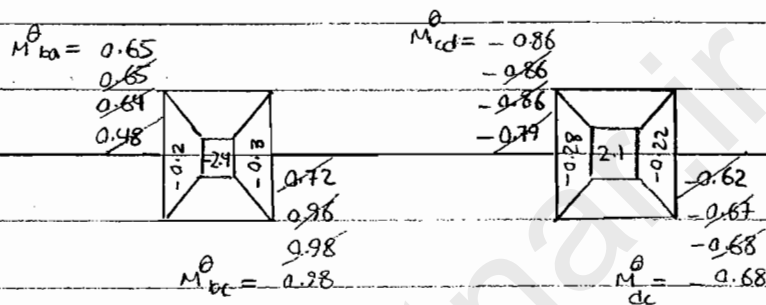
[illegible]

۱) مقدار بار و تنش طاقی حل می کنیم :

۲) ضرایب توزیع

$$r_{ba} = 0.2, \quad r_{bc} = -0.3$$

$$r_{cb} = -0.28, \quad r_{cd} = 0.22$$



۳) چرخش انتهای دور را صفر در نظر می گیریم (چرخش نه A)

۴) در هر انتهای چرخش در انتهای دور برای آنرا B صفر و -0.79 است

۵) وقتی جوابها دوباره تکرار شوند یعنی به مقدار مناسب رسیدیم

$$M_{ab} = 2M^0_{ab} + M^0_{ba} + M_{ab}$$

$$= 2(0) + 0.65 + (-7.2) = -6.55$$

$$M_{ba} = 2M^0_{ba} + M^0_{ab} + M_{ba}$$

$$= 2(0.65) + (0) + (-7.2) = -8.5$$

$$M_{dc} = 2M^0_{dc} + M^0_{cd} + M_{dc}$$

$$= 2(0) + (-0.68) + 7.5 = 6.82$$

$$M_{cd} = 2M^0_{cd} + M^0_{dc} + M_{cd}$$

$$= 2(-0.68) + (0) + (-7.5) = -8.86$$

تفاوت روش کراس و گالی :

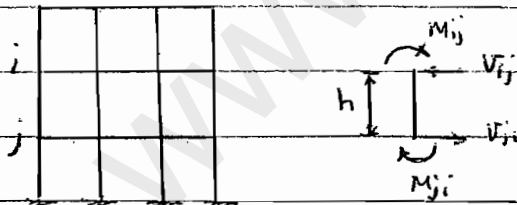
- در گالی ضرایب توزیع
- در روش کراس همه ضرایب گیردار را روی اسطه حل مسئله می نویسم.
- انتقال ضرایب در روش کراس انجام نمی شود.
- در جواب در کراس نباید به صفر برسد.
- جمع ضرایب در ستون ها ، ضرایب یکنای اسی دهد.

روش گالی برای حرکت جانبی :

- الف) حرکت جانبی بدون بارگذاری جانبی
- ب) حرکت جانبی ناشی از بارگذاری افقی

$$M_{ij} = 2 M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta} + 3 M_{ij}^{\Delta} + M_{ji}^{\Delta}$$

الف) حرکت جانبی بدون بارگذاری جانبی



$$v_{ij} = \frac{M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}}{h}$$

$$\sum v_{ij} = \frac{\sum (M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta})}{h_{ij}} = 0$$

چون بارگذاری جانبی نداریم

$$\Rightarrow \sum (2 M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta} + 3 M_{ij}^{\Delta} + 2 M_{ji}^{\Delta} + M_{ij}^{\theta} + 3 M_{ji}^{\theta}) = 0$$

$$\Rightarrow \sum (3 M_{ij}^{\theta} + 3 M_{ji}^{\theta} + 6 M_{ij}^{\Delta}) = 0$$

$$\Rightarrow 6 \sum M_{ij}^{\Delta} = -3 \sum (M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta})$$

$$\Rightarrow \sum M_{ij}^{\Delta} = -\frac{1}{2} [\sum (M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta})]$$

جمع ضرایب بالابراس ستون

تغییراتی از صورت کلی به نسبت کمی تقسیم می شود.

$$EI \delta / l^2 \rightarrow EI / l (\delta / l)$$

هدف: پیدا کردن M_{ij}^{θ}

$$\Rightarrow M_{ij}^{\Delta} = r_{ij} [\sum (M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta})]$$

$$M_{ij} = 2 M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta} + 3 M_{ij}^{\Delta} + \mathcal{M}_i$$

$$\sum M_{ij} = 2 \sum M_{ij}^{\theta} + \sum M_{ji}^{\theta} + 3 \sum M_{ij}^{\Delta} + \sum \mathcal{M}_i$$

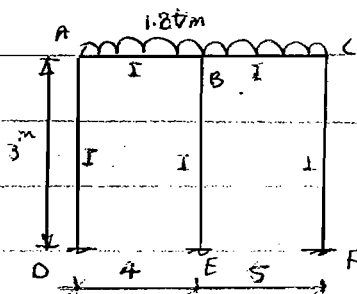
$$\Rightarrow \sum M_{ij}^{\theta} = -\frac{1}{2} (\sum M_{ij}^{\theta} + 3 \sum M_{ij}^{\Delta} + \mathcal{M}_i)$$

$$M_{ij}^{\theta} = r_{ij}^K [\mathcal{M}_i + \sum M_{ji}^{\theta} + \sum M_{ij}^{\Delta}]$$

$$M_{ij}^{\Delta} = \gamma_{ij} [\sum (M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta})]$$

$$r_{ij}^K = \frac{1}{2} \frac{K_{ij}^{\text{عقد}}}{\sum K_{ij}^{\text{عقد}}}, \quad \gamma_{ij} = \frac{3}{2} \frac{K_{ij}^{\text{ستون}}}{\sum K_{ij}^{\text{عقد ستون}}}$$

مثال: عابث زیر را به روش های تکراری کامل کنید.



۱. تکرارهای تکراری:

$$\mathcal{M}_{ab} = \mathcal{M}_{ba} = -2.4 \text{ t.m}$$

$$\mathcal{M}_{bc} = \mathcal{M}_{cb} = -3.75 \text{ t.m}$$

۲. ضرایب توزیع:

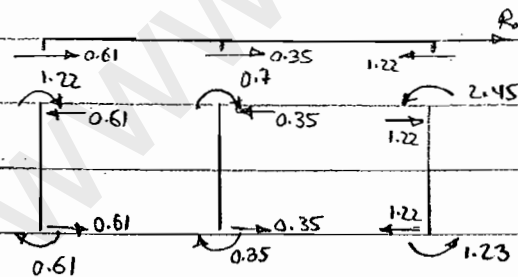
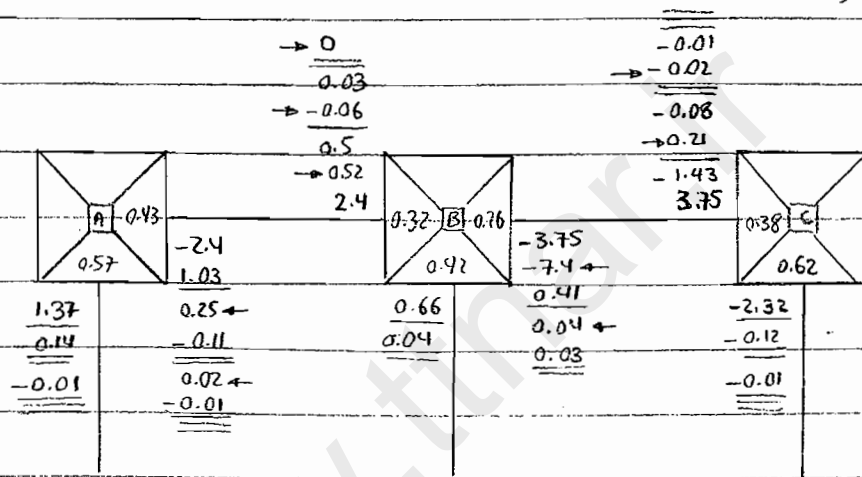
$$A) \text{ in } ab, ad, \quad K_{ab} = 1/4, \quad K_{ad} = 1/3$$

$$\sum K = 7/12 \Rightarrow r_{ab} = 0.43, \quad r_{ad} = 0.57$$

B) $\therefore ba, bc, be \rightarrow K_{ba} = 1/4, K_{be} = 1/5, K_{be} = 1/3$
 $\Sigma K = 47/60 \Rightarrow r_{ba} = 0.32, r_{bc} = 0.26, r_{be} = 0.42$

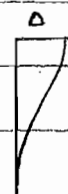
C) $\therefore cb, cf \rightarrow K_{cb} = 1/5, K_{cf} = 1/3$
 $\rightarrow r_{cb} = 0.38, r_{cf} = 0.62$

حل مشرف روش راس



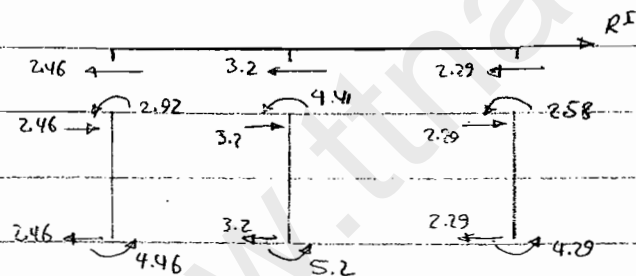
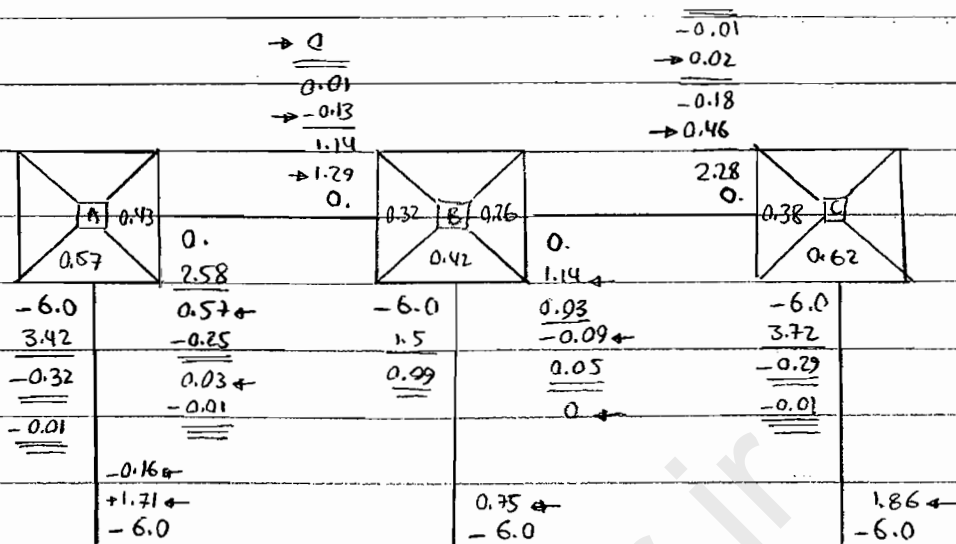
$R_0 = 0.26 \text{ ton}$

حل قسمت دوم با فرض وجود Δ



$\bar{M} = -\frac{6EI\Delta}{l^2}$

$\Delta = \frac{9}{EI} \rightarrow \bar{M}_{ij} = 6 \text{ t.m}$



$$R^I = 7.95 \text{ ton}$$

$$x R^I + R^0 = 0 \Rightarrow x = -0.0327$$

$$\Delta' = \Delta^0 + \Delta^I x = 0 + \frac{9}{EI} (-0.0327) = -\frac{0.29}{EI}$$

$$M_{da} = 0.61 - 0.0327 (4.46) = 0.76 \text{ t.m}$$

$$M_{cb} = 2.45 - 0.0327 (2.58) = 2.37 \text{ ton}$$

و مراحل حل به روش گراس :

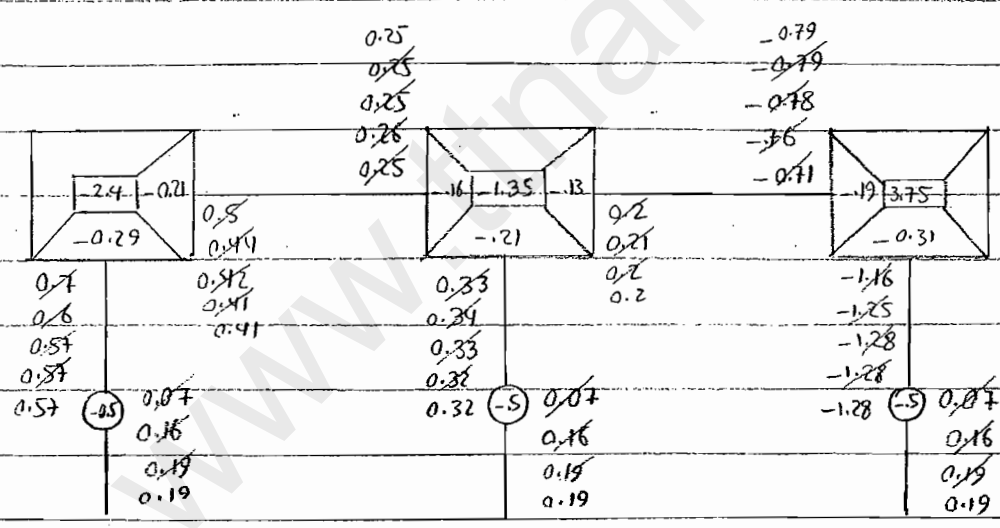
- الف. فرض عدم وجود حرکت جانبی و حل مسئله (حل صفر)
- ب. تغییر مکان دخواه در محل نیمة گاه های مجاری و حل مسئله به تعداد نیمة گاه ها
- ج. بررسی تکیه قابل و به دست آوردن ضرایب واقعی
- د. ترکیب کردن جواب حساب ضرایب مربوطه و به دست آوردن جواب های نهایی

روش گانگي

- A) $r_{ab} = 0.21$, $r_{ad} = -0.29$
 B) $r_{ba} = -0.16$, $r_{bc} = -0.13$, $r_{be} = -0.21$
 C) $r_{cb} = 0.19$, $r_{cf} = -0.31$

$\delta_{ij} = -\frac{3}{2} \frac{K_{ij} \text{ ريشه كوتاه}}{\sum K_{ij} \text{ ريشه ها}}$

$K_{ad} = 1/3$, $K_{be} = 1/3$, $K_{cf} = 1/3 \Rightarrow \delta_{ad} = \delta_{be} = \delta_{cf} = -0.5$



① $M_{ij}^{\circ} = r_{ij} [\mu_i + \sum M_{ji}^{\circ} + \sum M_{ij}^{\Delta}]$
 ② $M_{ij}^{\Delta} = \delta_{ij} [\sum (M_{ij}^{\circ} + M_{ji}^{\circ})]$

در مرحله اول M_{ij}° و M_{ji}° را صفر فرض می کنیم بنابر این فقط M_{ij}^{Δ} در روابط وارد می شود.
 * در مرحله دوم برای برآورد M_{ij}^{Δ} در دو طرف M_{ij}^{Δ} به دست آورده و آنرا در دو طرف می نویسیم

$M_{ij}^{\Delta} = -0.5 [0.7 + 0.33 - 1.16 + 0] = -0.07$

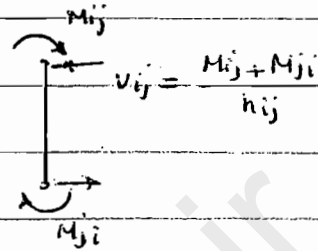
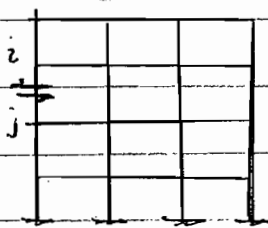
$M_{ij} = 2 M_{ij}^{\circ} + M_{ji}^{\circ} + M_{ij}^{\Delta} + \mu_i$

$M_{da} = 2(0) + (0.57) + (0.19) + (0) =$

63

تحليل به روش گانني - قاب هاي دارای نیروی افقی

هدف: به دست آوردن M_{ij}^0 که نیاز به M_{ij}^Δ داریم.



$$v_{ij} = \frac{3M_{ij}^0 + 3M_{ji}^0 + 2M_{ij}^\Delta}{h_{ij} = h_s}$$

$$\sum v_{ij} = \frac{\sum (3M_{ij}^0 + 3M_{ji}^0 + 2M_{ij}^\Delta)}{h_s} = V_s$$

بسی در صفحه وجود دارد

$$\sum M_{ij}^\Delta = -\frac{3}{2} \left[\underbrace{V_s h_s}_{M_s} + \sum (M_{ij}^0 + M_{ji}^0) \right]$$

$$(2) \quad M_{ij}^\Delta = r_{ij} [M_s + \sum (M_{ij}^0 + M_{ji}^0)]$$

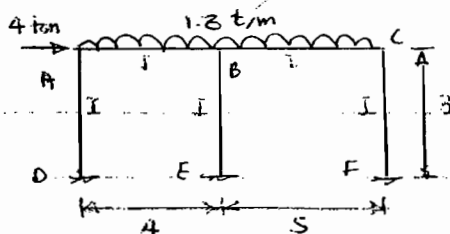
$$(1) \quad M_{ij}^0 = r_{ij} [M_i + \sum M_{ji}^0 + \sum M_{ij}^\Delta]$$

$$r_{ij} = -\frac{1}{2} \frac{K_{ij}}{\sum K_{ij}}$$

$$r_{ij} = -\frac{3}{2} \frac{K_{ij}}{\sum K_{ij}}$$

* اگر بارگذاری جانبی داشته باشیم بهتر است از فرمول (2) شروع کنیم در این صورت تعادل سریع تر صورت می گیرد.

مثال: قاب زیر را به روش گانني تحليل كنيد



۱۱ محاسبه نیروهای بر داری

$$M_{ab} = -M_{ba} = -2.4 \text{ t.m}$$

$$M_{bc} = -M_{cb} = -3.75 \text{ t.m}$$

۱۲. حاسبه ضرائب توزيع طانی

$$r_{ad} = -0.29, \quad r_{ab} = -0.21$$

$$r_{be} = 0.21, \quad r_{ba} = 0.16, \quad r_{bc} = 0.13$$

$$r_{ch} = -0.19, \quad r_{cf} = -0.31$$

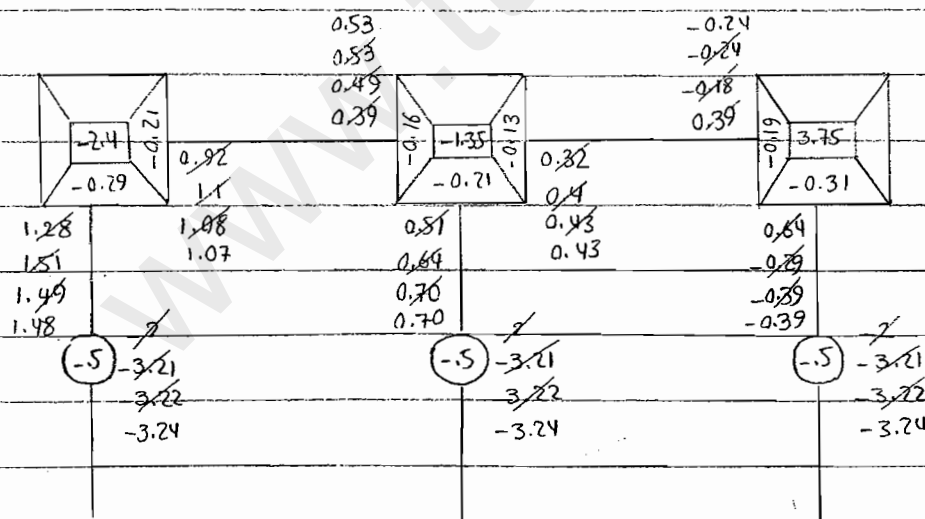
۱۳ محاسبه خیرات رسول خدا

$$\gamma_{ad} = \gamma_{be} = \gamma_{cf} = -0.5$$

$$M_s = \frac{V_s h_s}{3}$$

۱۴ کا لہ شرطیات

$$\Rightarrow M_1 = \frac{V_1 h_1}{3} = \frac{4 \times 3}{3} = 4.0 \text{ t.m.}$$



۴- ابتدا یک دوسه برای یک فنون کامل می کشیم و سپس به سراغ فنون تفرعی می رویم

التقاربه از فصول (۲) ← استقارقه از فصول (۱۱) ← اصطلاح معارف و فصول (۱۲) ←

$$M_{ab} = 2(1.07) + (0.53) + (0) + (-2.4) = 0.27 \text{ t.m}$$

$$M_{ad} = 2(1.48) + (0) + (-3.24) + (0) = -0.28 \text{ t.m.}$$

$$M_{br} = 2(0.45) + (-0.24) + (0) + (-3.75) = -2.71 \text{ t.m}$$

تحليل تقریبي سازه‌های نامعین

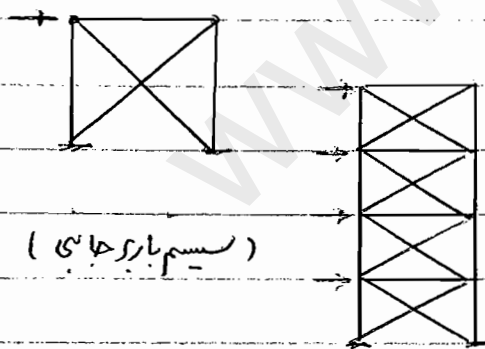
* تحليل سازه‌های نامعین بر مبنای مشخصات غیر خطی می‌باشد.
تحليل تقریبي بر آوردن مقدار نیروها به ما می‌دهد و بر مبنای فرضیات ساده‌کننده استوار است.

* روش‌های تکرار جواب دقیق می‌دهند اما روش‌های تقریبي، جواب‌های تقریبي جواب خارجي نیستند مگر اینکه فرضیات مبني بر واقعیت باشند.

تحليل قاب‌های بارهای قائم
تحليل قاب‌های بارهای افقي
تحليل ضرایب نامعین

مهاربندها (Bracings).

* وضعیت مهاربندها، محل بارهای جانبی است.



* صرف این سازه معین شده است.

* عضو (۱) یک فشار و عضو (۲) یک کشش می‌باشد. از این امر می‌توانیم یک فرض ساده‌کننده بویسیم:

۱- اعضاء فشاری در محاسبه منظور نمی‌شوند.

(فرض می‌کنیم اعضاء فشاری لحاظ نمی‌کنند و از باربری خارج می‌شوند.)

* زمانی از این فرض استفاده می‌کنیم که عناصر فشاری ضعیف باشند.

۲- عناصر فشاری = عناصر کششی

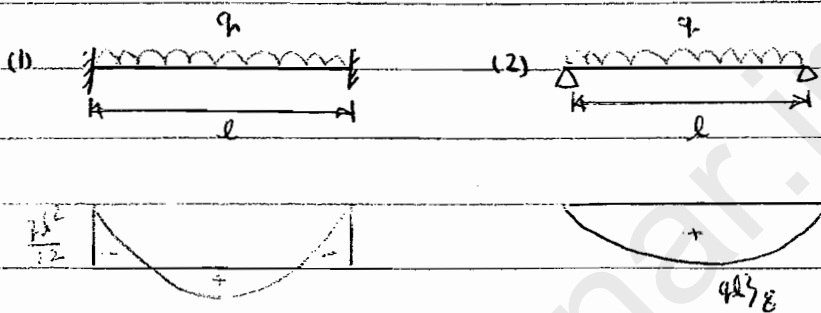
(اگر عناصر فشاری ضعیف نباشند)

* این دو فرض سبکی به طراحی مابرای سازه دارد.

* با پیوسته کردن قوسه‌ها و بردن چهارپایه‌ها در پی می‌توانیم از بلند شدن پی جلوگیری کنیم.

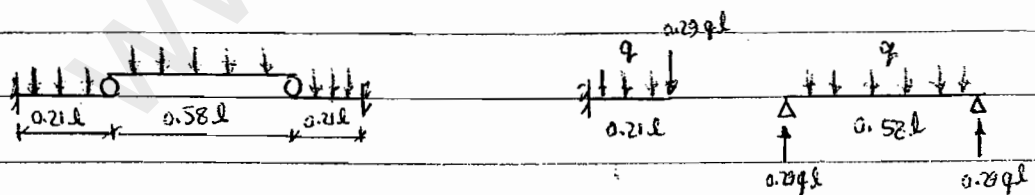
* با به کار بردن یکی از فرضیات قبل می‌توانیم سازه را معین کرده و تحلیل کنیم

تحلیل تقریبی قاب‌ها (بار قائم)



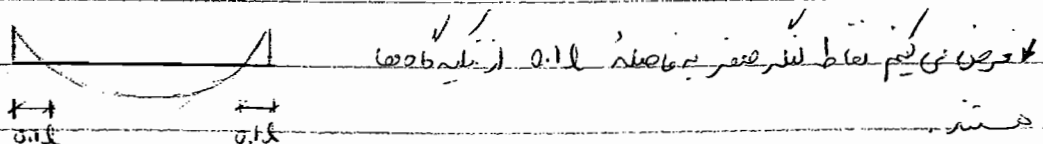
* چون توزیع نیرو در سازه را مشخص نیست بنابراین از نقاط اقصای سازه به صورت راست

فرض می‌کنیم که در نقاط نیرو صفر، محض می‌گیریم داریم:



$$\bar{M}_c = \frac{1}{2} q (0.21l)^2 + 0.29 q l \times 0.21l$$

در حالت واقعی نیروهای قاب چوکا بین تیر دوپایه و تیر دوپایه محض می‌باشد.



$$\bar{M}_c = q (0.1l)^2 / 2 + 0.4 q l \times 0.1l = 0.045 q l^2$$

* به این ترتیب موارد زیر را بدست می آوریم و با نوشتن معادل در برهه ها، نیروهای
سقوط را نیز محاسبه می نمایم.

• روش های کلیل تقریبی قاعده ها - بارگذاری جانبی

* به دو روش اصلی صورت می گیرد:

۱- روش هندسی ۲- شبه سختی

* در روش هندسی با سختی اعضا کار نداریم و به هندسه مسئله توجه می کنیم.

* در روش شبه سختی، سختی عناصر محاسبه را نیز در طرأض ها وارد کنیم.

(اصولاً روش شبه سختی دقیق تر است)

• روش های هندسی:

- روش پرتال

- روش طره

• روش های شبه سختی:

- روش فزب (Fachr)

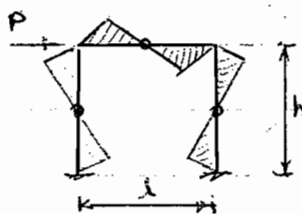
- روش گرینتر (Grinter)

• روش آماری:

- روش بوین

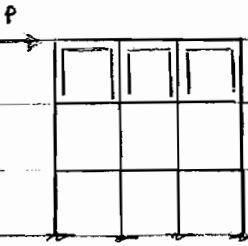
روش پرتال:

* بر مبنای تحلیل یک قاب یک دهانه و یک طبقه به نام پرتال یا دروازه استوار است.



تمرین: محل دقیق نیروهای صفر را در قاب روبه رویه دست آورید

$$\begin{cases} h=l \\ I_b = I_c \end{cases} \quad \frac{I_b}{l}, \frac{I_c}{h}$$



* برای تحلیل قاب‌های صندبهانه و چند طبقه صندبهانه
ابتدا یک قاب پرتال تبدیل می‌کنیم. ستون‌های میانی
دوگم و ستون‌های کناری یکگم از نیرو را می‌برند.
درین می‌کنیم که در وسط ارتفاع ستون، مفصل محاسبه

داریم

۱. پس ستون‌های ستون و برش در تیرها را محاسبه می‌کنیم و از آنجا نیروهای محوری ستون‌ها را بدست می‌آوریم

۱- محاسبه برش ستون‌ها

۲- محاسبه شیار بالا و پایین ستون‌ها (برش لا نصف ارتفاع)

۳- محاسبه شیار تیرها از تعادل درین (شروع از بالا و پایین)

۴- محاسبه برش تیرها (شیار کنش بر ۱/۲)

۵- نیروی محوری ستون‌ها از جمع جبری برش تیرها

* محل مفصل محاسبه در وسط دهانه تیرها و ارتفاع ستون‌ها است.

روش ساده:

۱. کل سیستم را به صورت یک تیر طرح

در نظر می‌گیریم

۲. ابتدا برش تیرها را بدست می‌آوریم و در آخر

برش ستون‌ها محاسبه می‌شود



* به صورت تیر طرح یک بارگذاری جانبی به صورت بالاست

لذا به صورت یک تیر به صورت است. بنابراین این روش، شباهت زیادی ندارد.

* با پیدا کردن یک خط مقارن، نیروی هر طبقه را بدست می‌آوریم پس شیار در تیرهای تیر

را بدست می‌آوریم که نیروی محوری ستون‌ها هستند

روش های هندسی

روش گرانال

• فرایندهای ساده کننده:

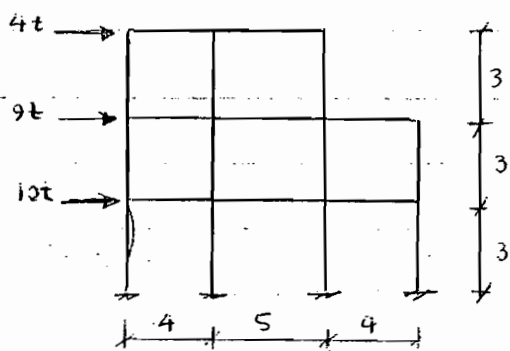
- ۱- تقسیم نیروی جانبی بین ستون ها (برش ستون ها) به نسبت باربر ستون
- ۲- محل نقطه عطف در ستون ها در وسط
- ۳- محل نقطه عطف تیرها در وسط
- ۴- نیروی محوری ستون ها

• مراحل گام به گام:

- ۱- برش ستون ها
- ۲- نیروی ستون ها
- ۳- نیروی تیرها
- ۴- برش تیرها
- ۵- نیروی محوری ستون ها

* روش گرانال برای ماب های منظم و بارها نه های مساوی بجز جواب می دهد ولی به طور تجربی برای هرقا بی از آن استفاده می کنیم.

مثال: قاب زیر را به روش گرانال تحلیل کنید.



۱) جهت آوردن برش ستون ها

$$\frac{V}{9} \times 2 = V_{13} = +0.89 \text{ ton}$$

طیبه
تیرین

$$\frac{V}{9} \times (2 + 2.5) = V_{23} = 2.0 \text{ ton}$$

$$\frac{V}{9} \times (2.5) = V_{33} = 1.11 \text{ ton}$$

$$V = 4 + 9 = 13 \text{ ton}$$

$$V_{12} = \frac{13}{9} \times 2 = 2.9 \text{ ton}$$

$$V_{22} = \frac{13}{9} \times (2 + 2.5) = 4.5 \text{ ton}$$

$$V_{32} = \frac{13}{9} \times (2.5 + 2) = 4.5 \text{ ton}$$

$$V_{42} = \frac{13}{9} \times 2 = 2.9 \text{ ton}$$

رابطه ۱: $V = 4 + 9 + 10 = 23 \text{ ton}$

$V_{11} = \frac{23}{13} \times 2 = 3.54 \text{ ton}$

$V_{21} = \frac{23}{13} (4.5) = 7.96 \text{ ton}$

$V_{31} = \frac{23}{13} \times 4.5 = 7.96 \text{ ton}$

$V_{41} = \frac{23}{13} \times 2 = 3.54 \text{ ton}$

۱۲) بدست آوردن نیروهای

① $V=0.89$	2.0	1.11
② $M=1.34$	3.0	1.67
③ $P=0.67$	0	0.67
$V=2$	4.5	4.5
$M=3$	6.75	6.75
$P=2.84$	0	1.33
$V=3.54$	7.96	7.96
$M=5.31$	11.94	11.94
$P=6.99$	0.0	1.33

از ضرب کردن سون در نصف ارتفاع سون

نیروهای بدست می آید

۱۳) بدست آوردن نیروهای

از نوشتن معادله درجه هایست می آید

۱۴) محاسبه برش تیرها

③ $M=1.34$	1.67
④ $V=0.67$	0.67
$M=4.34$	5.41
$V=2.17$	2.16
$M=8.31$	10.38
$V=4.15$	4.15

نیروهای تقسیم بر نصف طول دهانه

۱۵) محاسبه نیروی محوری سون ها

تعمولا در سون های تحت یک بار یکنواخت

می کشند نیروی محوری کششی ، در دهانه های میانی

صفر و در سون خارجی تحت راس ، فشاری است

در هنگام طراحی با قدر مطلق نیروها سروکار داریم در طراحی یک بار سازه را با بار قائم تحلیل می کنیم

پس به همراه بار زلزله این در حالت را با هم مقایسه می کنیم ، بدترین حالت محتمل

ملاک طراحی قرار می گیرد

سازه تحت بار قائم را با روش تقریبی سدهای صفر در فاصله ۰.۱۵ از تکیه گاه ها تحلیل می کنیم

و تحت بار جانبی با روش پرتال تحلیل را انجام می دهیم و مجموع آنها را در طراحی به کار می بریم

$[M_r \pm (M_{EQ})] \times 0.75 = M_{DES}$ نیرو طراحی

نیرو ناشی از زلزله $\rightarrow$ نیرو ناشی از باد

71

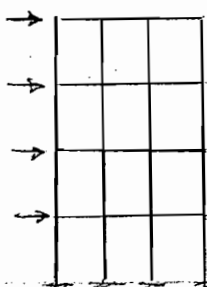
$$P_i = (P_r \pm P_{EQ}) \times 0.75$$

$$M_i = (M_r \pm M_{EQ}) \times 0.75$$

* تقریباً آفده را با تقریبی از بار قائم

مقایسه می کنیم و بدترین حالت را به عنوان
حالت طراحی در نظر می گیریم

روش طره



فرضیات ساده شده :

۱- تنش $\times$ سطح = مقدار نیروی با فرض سطح یکسان برای

تمام ستون ها تنش را به نیروی محوری تبدیل می کنیم

$$\sigma = \frac{My}{I} \approx \frac{P}{L} \rightarrow \text{نیروی محوری}$$

۲- در محاسبه محال اینرسی مقطع از محال اینرسی اعضا صرف نظر می کنیم

$$I \approx \sum A_i d_i^2$$

• مراحل گام به گام

۴- گسترده ها

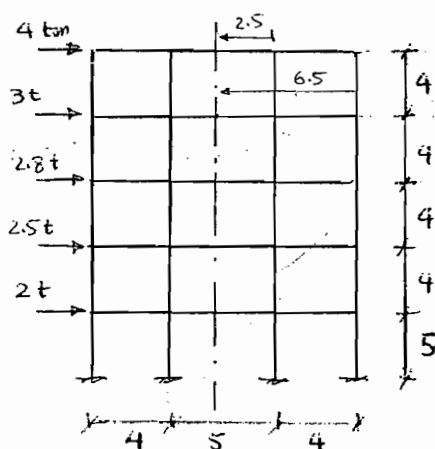
۵- بخش در ستون ها

۱- نیروی محوری ستون ها

۲- نیروی برشی تیرها

۳- گسترده در تیرها

مثال: قالب زیر را به روش طره تحلیل کنید



• یافتن محل بار ماضی

$$y = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 6.5 \text{ m}$$

• محاسبه محال اینرسی مقطع

$$I = 1 \times 6.5^2 + 1 \times 2.5^2 + 1 \times 6.5^2 + 1 \times 2.5^2 = 97 \text{ m}^4$$

$$M_5 = 4 \times 2 = 8 \text{ t.m}$$

مخالفات

$$M_4 = 4 \times 6 + 3 \times 2 = 30 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 4 \times 10 + 3 \times 6 + 2.8 \times 2 = 63.6 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 4 \times 14 + 3 \times 10 + 2.8 \times 6 + 2.5 \times 2 = 107.8 \text{ t.m}$$

$$M_1 = 4 \times 18.5 + 3 \times 14.5 + 2.8 \times 10 + 2.5 \times 6.5 + 2 \times 2.5 = 168.15 \text{ t.m}$$

محاسبه نیروی کوری ستون ها

$$P_{15} = \frac{8 \times 6.5}{97} = 0.54, P_{25} = \frac{8 \times 2.5}{97} = 0.21, P_{35} = P_{25}, P_{45} = P_{15}$$

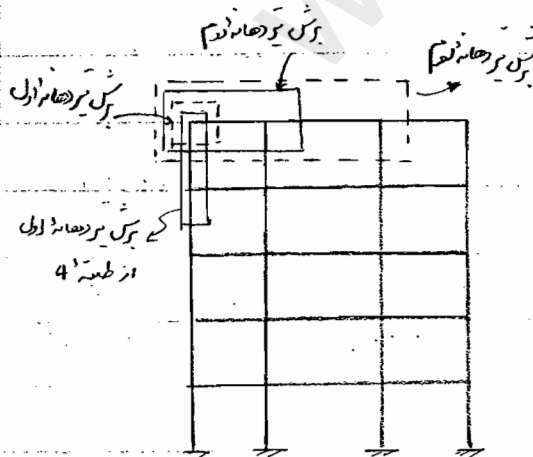
$$P_{14} = \frac{30 \times 6.5}{97} = 2.01, P_{24} = \frac{30 \times 2.5}{97} = 0.77, P_{34} = P_{24}, P_{44} = P_{14}$$

$$P_{13} = \frac{63.6 \times 6.5}{97} = 4.26, P_{23} = \frac{63.6 \times 2.5}{97} = 1.64, P_{33} = P_{23}, P_{43} = P_{13}$$

$$P_{12} = \frac{107.8 \times 6.5}{97} = 7.22, P_{22} = \frac{107.8 \times 2.5}{97} = 2.78, P_{32} = P_{22}, P_{42} = P_{12}$$

$$P_{11} = \frac{168.15 \times 6.5}{97} = 11.17, P_{21} = \frac{168.15 \times 2.5}{97} = 4.33, P_{31} = P_{21}, P_{41} = P_{11}$$

محاسبه برش برها



روش بومن Bowman

۴. بررسیای مطالعه آماری روش پرتال بدست می آید.

• اصطلاحات روش پرتال :

- ۱- تقسیم نیروی جاذبی
- ۲- حدس نقاط عطف

۵. روش بومن اصطلاحی بر روش پرتال است در مورد اشکالات زیر بنده

• اصطلاحات روش پرتال :

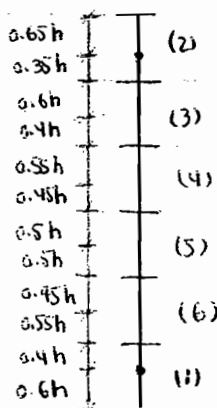
- ۱- نیروی برشی مقطع را به دو قسمت تقسیم می کنیم که یکی را به نسبت مساحت بین دهانه ها
- تقسیم می کنیم و دیگری را به روش پرتال.

$$V = V_1 + V_2 \quad \begin{cases} V_1 & \text{به صورتی} \\ V_2 & \text{مشابه پرتال} \end{cases}$$

$$V_1 = \alpha V \Rightarrow V_2 = V - V_1$$

$$\alpha = \frac{2 - \text{تعداد دهانه ها}}{\text{تعداد ستون}} \quad \text{در پرتال یکین :} \quad \alpha = \frac{1/2 - \text{تعداد دهانه ها}}{\text{تعداد ستون}}$$

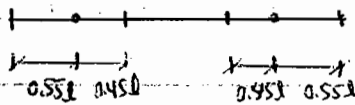
۲. محل نقاط عطف به صورت زیر مشخص می شود :



۶. ابتدا در پائین ترین نقطه عطف را به فاصله ۰.۶h از پائین در نظر می گیریم یعنی نگهبانی ستون بیشتر می شود پس به بالا ترین تراز می رویم و نقطه عطف را به فاصله ۰.۶۵h از بالا در نظر می گیریم و بعد به سمت پائین می رویم و از بالا ۰.۵۵h کم می کنیم و به سمت پائین اضافه می کنیم تا به ۰.۵h برسیم . اگر طبقه ای مانده باشد از پائین شروع کرده و ۰.۵۵h از فاصله کم می کنیم.

* اگر تعداد طبقات از 6 طبقه بیشتر باشد، وسط سازه همه نقاط عطف در 0.5h قرار دارند.

* نقاط عطف تیرهای کناری در 0.55l از طرفین می باشد و نقطه عطف در دهانه فرد در وسط و در دهانه زوج از میانه سبات بدست می آید.



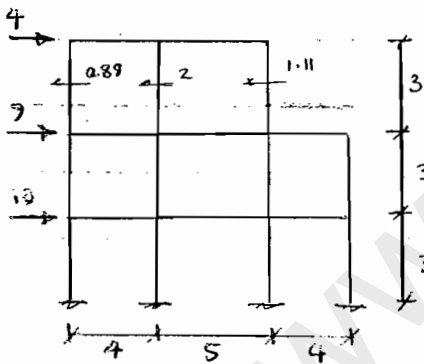
مثال: قاب زیر را به روش پیرن کلیل کنید.

تقسیم نیروی جانبی بین ستون ها
طریقه سوم:

$$V = 4.0, \quad \alpha = 0 \Rightarrow V_1 = 0$$

$$V_2 = V = 4.0$$

بسیار برای تقسیم می شود



$$V = 13, \quad \alpha = \frac{3-2}{4} = 0.25$$

$$V_1 = \frac{13}{4} \Rightarrow V_2 = \frac{3}{4} \times 13$$

$$V_{12} = \frac{1}{4} V_1 + \frac{V_2}{13} (2) = 2.31$$

$$V_{32} = V_{22}$$

$$V_{22} = \frac{1}{4} V_1 + \frac{V_2}{13} (2+2.5) = 4.19$$

$$V_{42} = V_{12}$$

$$V = 23 \text{ ton}, \quad \alpha = \frac{3-0.5}{4} = 0.625$$

$$V_1 = 0.625 \times 23, \quad V_2 = 0.375 \times 23$$

$$V_{11} = \frac{1}{4} V_1 + \frac{V_2}{13} (2) = 4.92$$

$$V_{31} = V_{21}$$

$$V_{21} = \frac{1}{4} V_1 + \frac{V_2}{13} (2+2.5) = 6.57$$

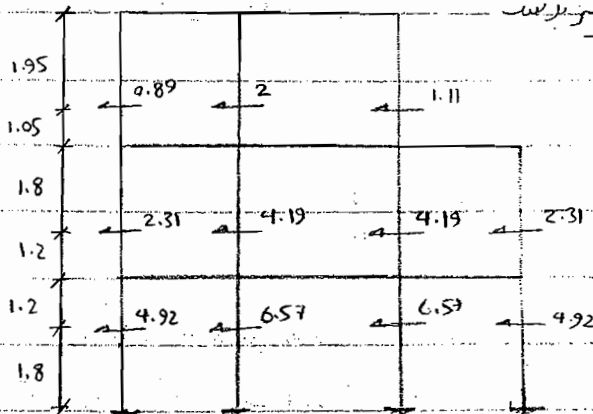
$$V_{41} = V_{11}$$

۱. حال باراشتن برش و ممان عطف ستون ها با نوشتن جدول نظریه ستون پرست می آید

پس با نوشتن تعادل در گره ها، نظریه ها را پرست می آوریم

از تقسیم نظریه ها بر ممانصله نظریه ها را برش میزنیم پرست

می آید



با نوشتن تعادل در گره ها، نظریه ها را پرست می آوریم

ستون ها را هم پرست می آوریم

۱. برش ستون ها

۲. نظریه ستون ها

۳. نظریه ها

۴. برش ستون ها

۵. نظریه ستون ها

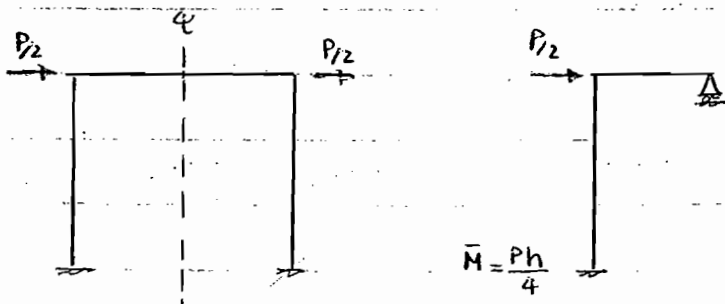
روشن های شبه سختی

با بررسی ای سختی اعضا + ضربه مسئله است

* یکی از روش های شبه سختی روش ضریب (Factor) است. روش دیگر، روشی می باشد

تفاوت این روش ها با روش های قبل، وارد کردن سختی اعضا، در مسئله است.

روش Grinten

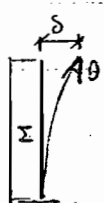


* ابتدا باید نظریه های فرض می کنیم و برای پرست آن درون سختی تر از ریب اکت اصلاح شده

استفاده می کنیم

$$K_b = \frac{6EI}{l} \quad (K_b = \frac{3EI}{l/2})$$

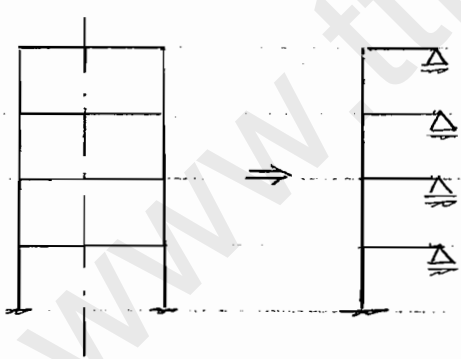
* ستون هم حرکت جانبی دارد و هم دوران می کند. باید دست آوردن δ و θ سختی ستون را محاسبه می کنیم.
اگر ستون حرکت جانبی نداشته سختی آن $\frac{4EI}{\delta}$ بود اما حالا کاهش یافته است.



$$\theta = \frac{Mh}{EI} \Rightarrow K_c = \frac{EI}{h}$$

چون تیر یک بر منفصل است، ضریب انتقال در آن صفر است.
اما در ستون ضریب انتقال ۱- است.

* توزیع نیرو در گره ها به نسبت سختی های بدست آمده برای تیر و ستون است.

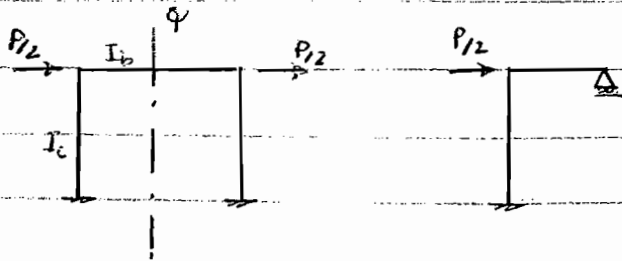


• فرمول کام به کام

- ۱- قاب را به دلیل تقارن و بارگذاری متقارن معکوس به یک محاسبه تبدیل می کنیم.
- ۲- سختی تیر را بدست می آوریم $K_b = \frac{6EI_b}{\delta}$
- ۳- سختی ستون را محاسبه می کنیم $K_c = \frac{EI}{h}$
- ۴- توزیع در گره ها به نسبت سختی های بدست آمده است.
- ۵- ضریب انتقال در تیرها صفر و در ستون ها ۱- است.

* روش مایا جاسی نقل است که تعداد دهانه ها یک باشد و قاب متقارن باشد ولی اگر تعداد دهانه ها بیش از ۱ باشد و یا قاب متقارن نباشد، حل ما تقریبی است.

◀ تحلیل قاب‌های روش گسترده - مثال ۵



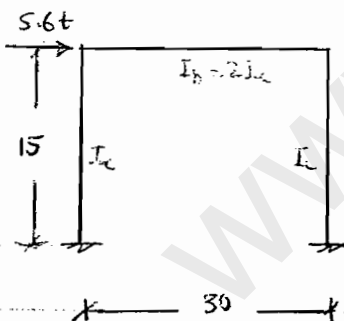
* ابتدا، گزیده‌های برابری را محاسبه می‌کنیم:

$$M = -\frac{Ph}{4}$$

چون گزیده‌ها از انتقال است، منفی دارند.

$$I_b, l/2 \rightarrow K_b = \frac{6EI_b}{l}, \quad K_c = \frac{EI_c}{h}$$

* ضریب انتقال در بر صفر است اما ضریب انتقال در ستون ۱- می باشد.



مثال ۱ قاب زیر را به روش گسترده تحلیل کنید.

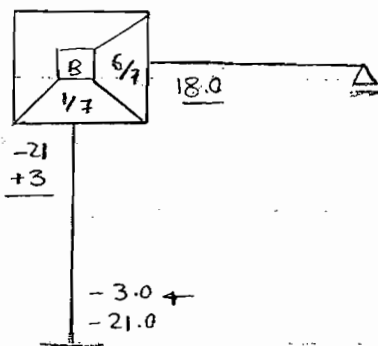
• محاسبه گزیده‌های برابری

$$M = -\frac{Ph}{4} = -21 \text{ t.m}$$

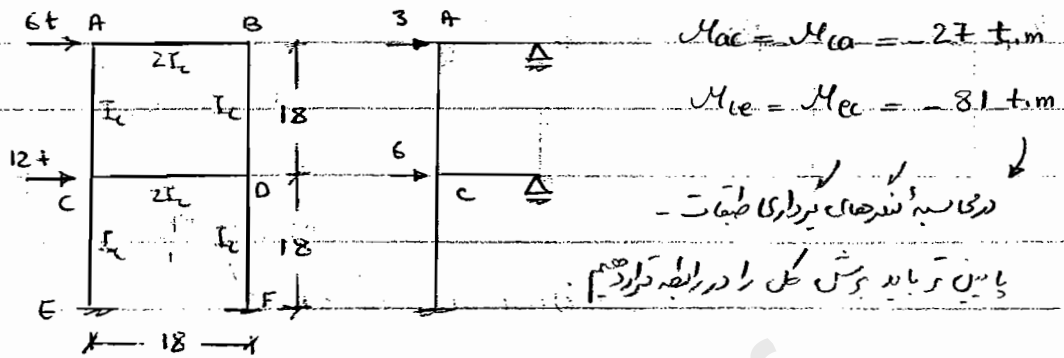
• محاسبه ضرایب گزیده‌های ستون

$$K_b = \frac{6 \times 2 \times EI_c}{30}, \quad K_c = \frac{EI_c}{15}$$

$$\Rightarrow r_b = 6/7, \quad r_c = 1/7, \quad \text{ضریب انتقال: C.O.F} = -1$$



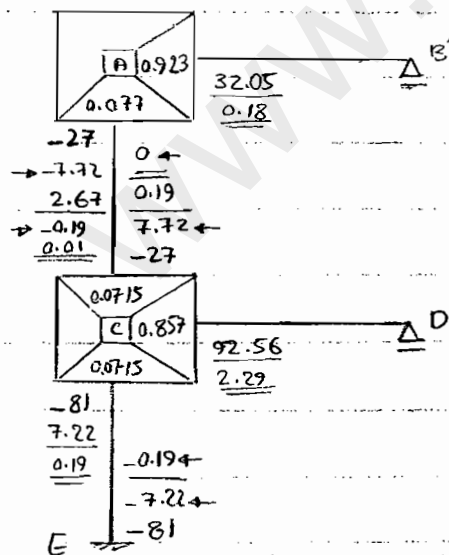
کلیل قاب یک دهانه چند طبقه به روش زیر:



در محاسبه اندوهای برابری طبقات -
بازین تر باید برش کل را در رابطه قرار دهیم

A) $K_b = \frac{12EI_c}{18}$, $K_c = \frac{EI_c}{18} \Rightarrow r_b = \frac{12}{13}$, $r_c = \frac{1}{13}$

C) $K_b = \frac{12EI_c}{18}$, $K_{c1} = \frac{EI}{18}$, $K_{c2} = \frac{EI}{18}$
 $\Rightarrow r_b = \frac{12}{14}$, $r_{c1} = r_{c2} = \frac{1}{14}$



$M_{AB} = 32.23 \text{ t.m}$

$M_{AC} = -32.23 \text{ t.m}$

$M_{CA} = -21.77 \text{ t.m}$

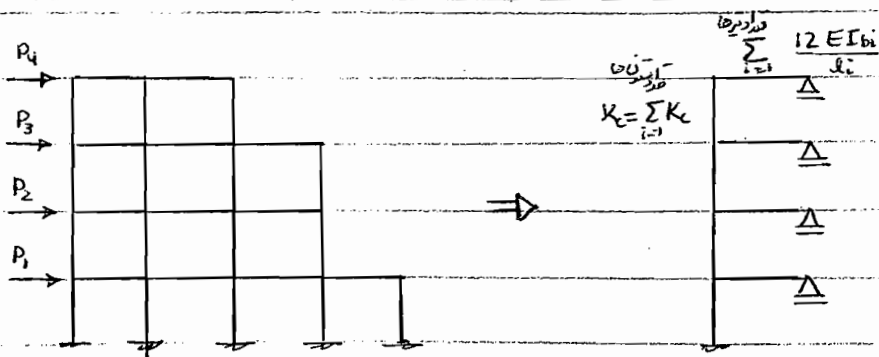
$M_{CD} = 94.85 \text{ t.m}$

$M_{CE} = -73.09 \text{ t.m}$

$M_{EC} = -88.91 \text{ t.m}$

تعمیم روش زیر به حالت عمومی:

در این حالت نیز فرض می‌کنیم برش قبل صادر است و این قاب قابل تبدیل به یک نیم قاب است و این این نیم قاب دارای مشخصات است.



* برای تیرها ، سختی معادل تیر نیم قلاب 12 اجزای مجموع سختی تیرها است و برای ستون ها ، سختی معادل ، مجموع سختی ستون ها می باشد .

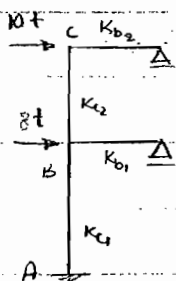
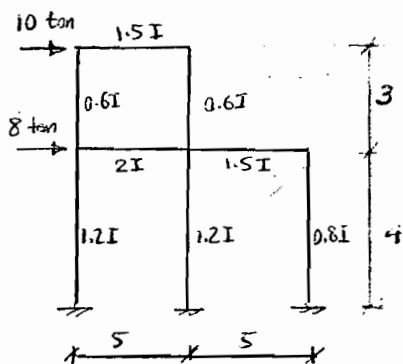
* تفاوت این صفت با روش رشتن قبلی این است که در نیم قلاب ، کل سختی ها اثر داده می شود و شتاب تیراری $\frac{Ph}{2}$ است .

* پس از صفت نیم قلاب ، باید تیرها را به اندازه اصلی انتقال دهیم . شتاب ستون را به نسبت سختی ستون های آن طبقه در اندازه اصلی توزیع می کنیم و شتاب تیر را به نسبت سختی تیرهای طبقه توزیع کرده و تقسیم بر 2 می کنیم تا شتاب تیر در اندازه اصلی بدست آید .

$$\Rightarrow \text{چون کل قلاب را در نظر گرفته ایم} \quad \text{سختی تیر} = \sum_i 2 \times \frac{6EI_{bi}}{d_i}$$

* پس از توزیع شتابها در اندازه اصلی ، باید به هر حل به روش کراس ، تعادل را در سازه برقرار می کنیم .

مثال) قلاب زیر را به روش رشتن تحلیل کنید .



! تیرها را به طور کامل در نیم قلاب قرار می دهیم .

$$M_{BC} = M_{CB} = 10 \times \frac{3}{2} = -15 \text{ t.m}$$

کالبدی نیروهای بر داری

$$M_{AB} = M_{BA} = -18 \times \frac{4}{2} = -36 \text{ t.m}$$

$$K_{b2} = \frac{12E(15I)}{5}, \quad K_2 = \frac{0.6EI}{3} + \frac{0.6EI}{3}$$

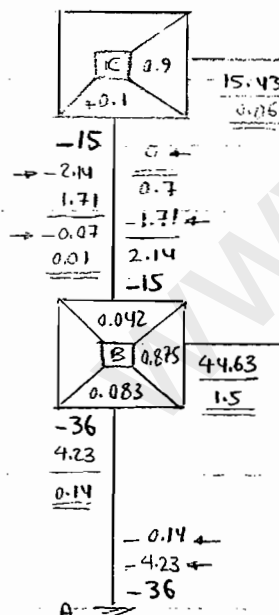
کالبدی سختی اعضا

$$K_{b1} = \frac{12E(2I)}{5} + \frac{12E(1.5I)}{5}$$

$$K_1 = \frac{1.2EI}{4} + \frac{1.2EI}{4} + \frac{0.8EI}{4}$$

$$r_{b2} = 0.9, \quad r_{c2} = 0.1$$

$$r_{b1} = 0.875, \quad r_{c2} = 0.042, \quad r_{c1} = 0.083$$



$$M_{CE'} = 15.50 \text{ t.m}$$

$$M_{CB} = -15.5 \text{ t.m}$$

$$M_{BC} = -14.5 \text{ t.m}$$

$$M_{BF'} = 46.13 \text{ t.m}$$

$$M_{BA} = -31.63 \text{ t.m}$$

$$M_{AB} = -40.37 \text{ t.m}$$

حال به نسبت سختی اعضا، نیروهای بر حسب آردو را توزیع می کنیم

$$\sum K_c = \frac{1.2}{4} + \frac{1.2}{4} + \frac{0.8}{4} = 0.8$$

$$1) \frac{0.3}{0.8} \quad 2) \frac{0.3}{4.8} \quad 3) \frac{0.2}{0.8}$$

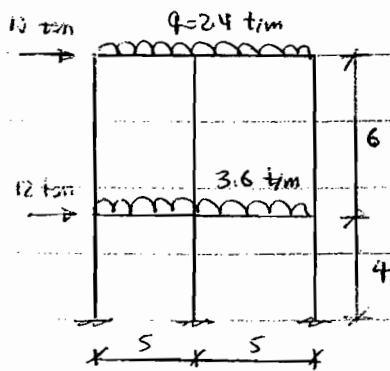
$$\sum K_b = \frac{2}{5} + \frac{1.5}{5} = 0.7$$

$$1) \frac{1}{2} \times 46.13 \times \frac{0.4}{0.7}$$

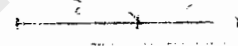
$$2) \frac{1}{2} \times 46.13 \times \frac{0.3}{0.7}$$

7.75	7.75	-7.75	
-7.25	13.18	-7.25	9.88
-11.86	13.18	-11.86	9.88
-15.14		-15.14	-10.1

و گره های به دست آمده تعادل ندارند بنابراین، گره های به دست آمده از بار جانبی را با
 گره هایی که ناشی از بار قائم است، به طوریکه با بررسی سازه قرار می دهیم و به روش
 کراس، تعادل را در سازه برقرار می کنیم



لحظه ۱: قاب زیر بارهای مختلف حل کرده و
 جواب ها را با هم مقایسه کنید.



www.ttnar.ir